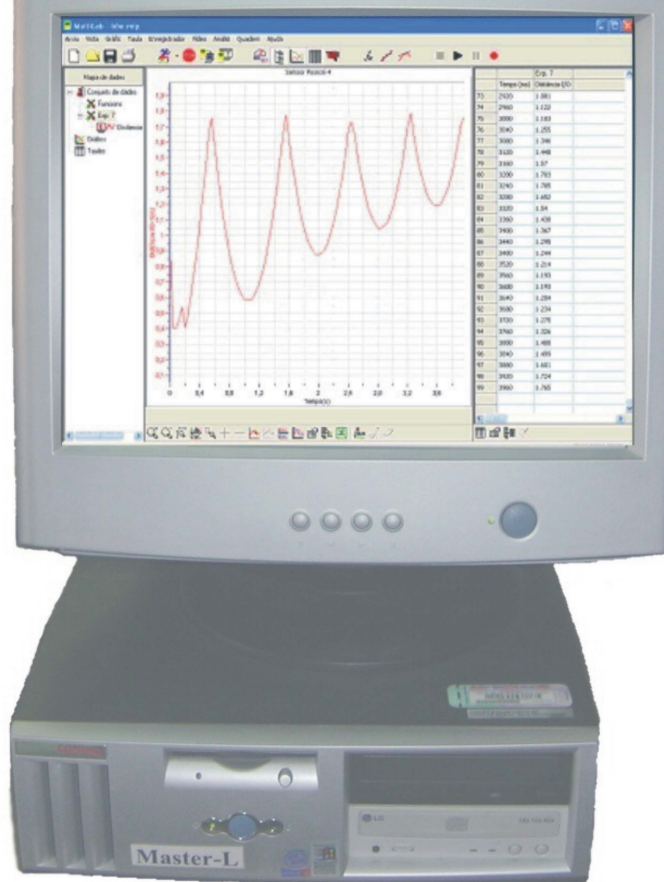


LA GRAVITAT SOTA SOSPITA



Miquel Barberà Parramon

2n Batxillerat A-C

I.E.S. S.E.P. Guindàrvols

Tutor: Anicet Cosialls Manonelles

“El que importa és el valor de l'experiment, no el seu nombre.”¹

¹ NEWTON, Isaac.

Agraïments

M'agradaria donar les gràcies per l'ajut donat al llarg de la realització d'aquest treball a les següents persones:

- Aleix Rosell Prim
- Anicet Cosialls Manonelles
- Jordi Castelló Nogués
- Montserrat González Parramon
- Pedro Carcelén Ferrandiz
- Roger Sanfeliu Prats

Índex

1. Introducció	pag. 7
2. Plantejament del problema	pag. 10
3. Coneixements previs	pag. 11
3.1. Què és la gravetat?	pag. 11
3.2. Isaac Newton	pag. 12
3.3. Llei de la gravitació universal	pag. 15
3.4. Camp físic	pag. 19
3.5. Camp gravitatori	pag. 22
3.6. El camp gravitatori segons la teoria de la relativitat	pag. 26
3.7. Experiment de Cavendish	pag. 31
3.8. Moviment rectilini uniforme	pag. 32
3.9. Moviment rectilini uniformement accelerat	pag. 34
3.10. Moviment de caiguda lliure	pag. 38
3.11. Moviment sota una acceleració constant o parabòlic	pag. 40
3.12. Pèndul simple	pag. 44
3.13. Mesures, resultats i errors	pag. 48
4. Pèndul simple	pag. 52
4.1. Descripció de l'experiment	pag. 52
4.2. Utilitatge	pag. 53
4.3. Esquema	pag. 54
4.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió	pag. 55
5. Tir horitzontal	pag. 58
5.1. Descripció de l'experiment	pag. 58
5.2. Utilitatge	pag. 60

5.3. Esquema	pag. 62
5.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió	pag. 65
6. Caiguda lliure del regle	pag. 75
6.1. Descripció de l'experiment	pag. 75
6.2. Utillatge	pag. 77
6.3. Esquema	pag. 79
6.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió	pag. 81
7. Pèndul simple amb vídeo	pag. 94
7.1. Descripció de l'experiment	pag. 94
7.2. Utillatge	pag. 95
7.3. Esquema	pag. 97
7.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió	pag. 98
8. Sensor posició	pag. 105
8.1. Descripció de l'experiment	pag. 105
8.2. Utillatge	pag. 107
8.3. Esquema	pag. 109
8.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió	pag. 111
9. Caiguda lliure d'una bola de ferro amb vídeo	pag. 122
9.1. Descripció de l'experiment	pag. 122
9.2. Utillatge	pag. 124
9.3. Esquema	pag. 126
9.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió	pag. 128
10. Comparació de resultats	pag. 141
11. Conclusions	pag. 143
12. Índex d'il·lustracions i equacions	pag. 148

13. Bibliografia	pag. 150
• Annexes	pag. 152
Annex I. Introducció a l'equip Multilog-Pro i al programa Multilab.....	pag. 153
Annex II. Introducció al programa Vidshell	pag. 185
Annex III. Introducció al programa Curve Expert	pag. 189

1. Introducció

Abstract

One of the main objectives of this research work is to make people know more things about gravity (g) in the “1st world”. Almost everyone knows that there’s something that makes things fall down and that this phenomenon is called gravity; but not so many people know why it happens and the consequences gravity has.

The main objective of the other part of the research work, the experimental one, is to calculate the acceleration of the gravity by means of different methods to know which of them is the most precise and which is the most exact using as a reference the standard value accepted internationally - 9.81 m/s^2 . This will also be useful to know whether if this mentioned standard value is correct or not. We accept it because the value of g is said to be 9.81 m/s^2 , but I think that we don’t have to believe all the things we are told.

Some of the methods used are the traditional ones, like the simple pendulum, but others are based upon the new technologies, like the free fall of an iron ball using a digitalized video.

The final results show that the most precise methods used are the position sensor and the simple pendulum. After doing all the experiments I can say that the most exact method used is the free fall of the rule measured with a laser. The final results also show that the value of 9.81 m/s^2 is correct.

In the essay are also answered many questions about gravity and how it can be calculated.

Tot i que molta gent ho desconeix o simplement ho ignora, tota la nostra vida ha estat i estarà marcada per un fet inevitable, la gravetat. Malgrat ser una cosa que condiciona qualsevol activitat que puguem realitzar, l’única cosa que moltes persones saben sobre la gravetat és la famosa anècdota de Newton i la poma. Per això, un dels objectius que es pretenen complir amb la realització d’aquest treball és el d’apropar als lectors les teories físiques de la gravetat i ajudar a ampliar els seus coneixements sobre aquest tema.

La gravetat i l'home han estat al llarg de la història moltes vegades en conflicte, i una bona mostra d'aquest fet són els llargs intents que ha realitzat l'home des de temps molt antics per a vèncer l'atracció de la gravetat i volar. Més endavant aquesta lluita es transformaria en intents per superar la seva força i poder fer que els coets s'escapessin de la Terra per anar a l'espai a realitzar la missió oportuna en cada cas.

La gravetat també pot resultar molesta en aspectes més quotidians com per exemple quan entrem i caiem al terra, o quan se'ns cau sense voler algun objecte i es trenca. Difícilment trobaríem alguna persona que digués que no li agradaria experimentar la sensació d'ingravedesa que es té en una nau espacial o en la I.S.S. (International Space Station), però ens agradaria viure sempre en una situació en que hi hagués absència total de gravetat? Al principi potser molta gent estaria encantada de viure sense haver de suportar els efectes de g , però amb el pas del temps tothom desitjaria tornar a estar sota els seus efectes, ja que el nostre cos no està preparat per a viure sense. Un dels efectes més visibles que produeix la ingravedesa al nostre cos és la pèrdua de massa òssia, atròfia del sistema locomotor i pèrdua de massa muscular, etc. Cosa que provoca un envelliment molt més accelerat del normal. Per tant, encara que a vegades sigui molesta, hem d'estar agraïts a la sempre present gravetat.

La gravetat tal i com és coneguda avui en dia es basa en les teories creades a finals del segle XVII pel científic britànic Isaac Newton, el qual aprofità els avenços fets anteriorment per Galileu i Kepler per crear la famosa llei de la gravitació universal. Amb les teories de Newton a més de donar explicació a perquè cauen les coses també es va poder donar resposta a aspectes de l'astrofísica, com ara l'òrbita que descriuen els planetes.

Aquestes idees proposades per Newton contrasten clarament amb les teories proposades en el seu temps per Aristòtil, el qual deia que els cossos greus cauen a terra perquè la seva voluntat així ho determina i els cossos lleus (com ara l'aire) no cau perquè la seva voluntat no es prou forta. Per tant, en aquells moments la gravetat es considerava una característica pròpia de l'objecte en qüestió, i no del camp, com es considera ara.

Un altre dels objectius plantejats amb l'elaboració d'aquest treball és el de determinar quin és el valor de la gravetat en el nostre planeta, ja que aquesta varia en cada cos celeste. En tots els llibres que tracten aquest tema se'ns diu que g val 9.81 m/s^2 i com

que ho posa en un llibre ens ho creguem, però qui ens assegura que aquesta xifra no és errònia?

Per a poder realitzar satisfactòriament tots els objectius plantejats inicialment, primerament he realitzat una recerca bibliogràfica sobre la gravetat i els diferents moviments que es produeixen sota l'efecte d'aquesta i que permetran donar resposta a les preguntes plantejades inicialment. L'altra part del treball és l'experimental, i en aquesta es dissenyen diversos experiments que ens permetran determinar el valor de g utilitzant les noves tecnologies (experimentació assistida per ordinador, anàlisi de vídeos digitalitzats, etc.) i mètodes més tradicionals.

2. Plantejament del problema

Amb aquest treball es pretén donar resposta a una sèrie de problemes relacionats amb la gravetat. Aquests problemes són els següents:

- **Problema I.** Quins mètodes tenim al nostre abast per a determinar experimentalment l'acceleració de la gravetat?
- **Problema II.** És necessari disposar d'un gran equip informàtic i tecnològic per tal de calcular la gravetat?
- **Problema III.** La gravetat és una magnitud que es pot mesurar directament?
- **Problema IV.** Quin valor pren l'acceleració de la gravetat amb cadascun dels possibles mètodes?
- **Problema V.** Quin és l'error absolut i relatiu d'aquestes mesures prenent com a referència $g = 9.81 \text{ m/s}^2$?
- **Problema VI.** El mètode més precís també ha de ser el més exacte?
- **Problema VII.** Quin d'aquests mètodes és el més precís?
- **Problema VIII.** Quin d'aquests mètodes és el que ofereix més exactitud en el resultat?
- **Problema IX.** Quina és l'acceleració de la gravetat mitjana obtinguda amb els diferents mètodes?

3. Coneixements previs

3.1. *Què és la gravetat?*

La gravetat és una força d'atracció que, a causa de la gravitació, és exercida per la Terra sobre els cossos materials, i els fa caure amb una acceleració, anomenada acceleració de la gravetat o g , que és independent de llur massa. El valor de g varia amb la distància al centre de la Terra; varia amb la latitud (atès que els cossos a causa de la rotació de la Terra, són sotmesos a una força centrífuga depenent de la latitud) i, localment, també varia per la presència en el subsòl de materials de densitat apreciablement diferents a la mitjana.

3.2. Isaac Newton (Woolsthorpe 1642 – Kensington 1727)

Físic anglès. Fill pòstum d'un petit terratinent, fou alumne de l'escola de Grantham i més tard del Trinity College de Cambridge, d'on l'apartà l'epidèmia de pesta que envaí Anglaterra els anys 1665 i 1666.

Refugiat al seu país natal, llegí els grans autors científics clàssics i moderns i començà a reflexionar sobre el que havia d'ésser la seva obra futura: mètode matemàtic de les fluxions (origen del càlcul infinitesimal), teoria sobre la natura de la llum i els colors, gravitació universal. De retorn a Cambridge, fou nomenat *fellow* i, dos anys més tard, professor de matemàtiques, càrrec que ocupà fins que complí 54 anys. En aquest període escriví les seves obres més importants. Després es traslladà a Londres per dirigir la casa de la moneda, i presidí fins a la mort la Royal Society.



Fig. 3.1. Isaac Newton

Era un home totalment allunyat dels problemes pràctics, tímid, enemic de les discussions, indiferent a les belles arts, sense cap inclinació a les plasenteries. Mai no es casà, ni hom li coneix cap lligam sentimental amb altres persones. La investigació i la reflexió científiques emplenaren completament la seva vida. De les obres de Newton, escrites en llatí o bé en anglès, destaca indiscutiblement *Philosophia naturalis principia mathematica* (1687), que hom ha comparat per la seva transcendència amb els *Elements* d'Euclides i amb la posterior *On the Origin of Species* de Darwin. En aquesta obra

Newton volgué demostrar que tot l'univers funciona segons una llei natural –la de la gravitació- que no requereix cap aplicació contínua de la força i que només necessita la intervenció divina per a la creació i posada en marxa. L'obra comença definint els conceptes de massa o quantitat de matèria, quantitat de moviment, força (*vis insita, vis impressa*), temps i espai absoluts, etc., i exposant les tres lleis del moviment (la d'inèrcia, la de la proporcionalitat entre la força motriu i quantitat de moviment i la d'igualtat entre acció i la reacció). Partint d'aquestes definicions i lleis, l'autor vol explicar el sistema de l'univers amb demostracions matemàtiques fetes a l'estil geomètric clàssic, però amb l'ajuda implícita del seu mètode de fluxions. La tercera part, que tracta específicament del sistema de l'univers, comença amb unes generals “Regulae philosophandi”, seguides d'unes observacions astronòmiques concretes que l'autor engloba sobre el títol de “Fenòmens”; continua després amb les “Proposicions”, que desenvolupen la teoria newtoniana, i acaba amb un “Scholium generale”, on es fa palesa la visió teològica de Newton i on hi ha la cèlebre declaració del “*hypotheses non fingo*”.

L'obra, en conjunt, representa la culminació del procés revolucionari iniciat per Copèrnic contra l'astronomia clàssica i medieval. Assumeix les aportacions positives de Galilei i Kepler i acaba donant, a través de raonaments i càlculs inatacables, una explicació coherent i versemblant de tota la mecànica celest, que permet d'explicar fets coneguts (precessió dels equinoccis, irregularitats dels moviments lunars, marees, etc.), a més de preveure'n d'altres, com el retorn en un any precís de determinats cometes.

Fins que alguns experiments de la darrer part del segle XIX i les idees renovadores d'Einstein no feren trontollar els axiomes newtonians, l'obra del savi anglès fou considerada una construcció científica acabada i perfecta, irrefutable, d'una vigència definitiva.

Autor d'una gran síntesi sobre temes òptics –*Opticks* (1704)-, que resumia i completava treballs anteriors, Newton aportà observacions i idees en aquest camp (com la teoria dels colors) que no han estat desmentides per la posteritat, contràriament al que ha passat amb la seva teoria sobre la natura de lla llum, discutida des del seu començament. Com a matemàtic, hom li deu, a part de l'invent del càlcul infinitesimal (fet al mateix temps que Leibniz), aportacions dins el camp de la geometria –*Enumeratio linearum tertii ordinis*, sobre les corbes cúbiques- i dins el camp de l'àlgebra –*Arithmetica universalis*, on perfeccionà la teoria general de les equacions.

En el seu llibre *De analysis* apareix el teorema general del binomi, conegut avui amb el seu nom. Com a inventor, hom li reconeix la paternitat del telescopi de reflexió.

3.3. Llei de la gravitació universal

Des de la Grècia clàssica, quan els principals filòsofs van pensar que la Terra era el centre de l'Univers, fins a arribar a la llei de la gravitació universal, el coneixement humà va passar per diverses etapes, una de les quals és la revolució científicotècnica dels segles XVI i XVII.

A continuació es citaran els científics d'aquesta època que van marcar unes fites històriques importants en la física, però no s'ha d'oblidar que els científics no anomenats també van aportar coneixements molt valuosos:

- Al segle XVI, Copèrnic (1473-1543) proposa un model heliocèntric en el qual el Sol es troba al centre del sistema solar i els planetes giren al seu voltant. Aquest model permet prendre el Sol com a sistema de referència inercial per estudiar els moviments dels planetes, amb una bona aproximació.
- Tycho Brahe (1546-1601), astrònom, realitza diverses observacions sense telescopi dels moviments planetaris i durant els darrers vint anys del segle XVI aconsegueix una base important de dades astronòmiques que serà utilitzada pel seu deixeble Kepler.
- Johannes Kepler (1571-1630) estudia les dades de Tycho Brahe i, seguidor del model heliocèntric, proposa les seves conegudes lleis:
- Primera llei. Els planetes giren en òrbites el·líptiques en les quals el Sol ocupa un dels focus. (fig. 3.2)

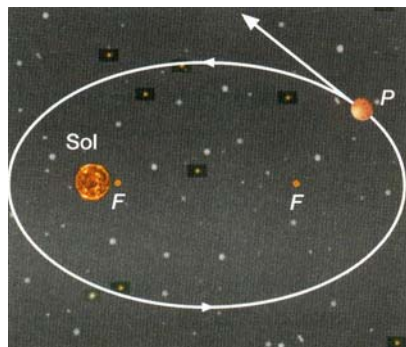


Fig. 3.2. Òrbita el·líptica d'un planeta

- Segona llei. El segment que uneix un planeta amb el Sol (vector de posició del planeta respecte del sistema de referència solar) defineix àrees iguals en temps iguals. (fig. 3.3)

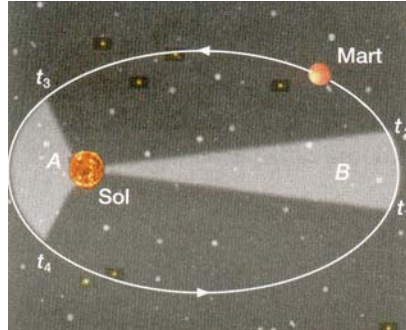


Fig. 3.3

- Tercera llei. El quadrat del període del moviment al voltant del Sol de qualsevol planeta és directament proporcional al cub de la distància mitjana al Sol. ($T^2 = k \cdot r^3$)

Malgrat que tots aquests científics van realitzar importants descobriments per a la ciència fou Isaac Newton qui va demostrar per primera vegada la naturalesa de les forces involucrades en el moviment planetari. Donat que ell sabia que “un cos en moviment continuarà movent-se sempre en línia recta a no ser que hi actuï sobre ell una força externa”, li resultava evident que una força externa actuava sobre cada un dels planetes. Per a que aquests es moguessin en òrbites gairebé circulars devia existir alguna força que els desviava de la seva trajectòria rectilínia. L'experiència ens diu que una pilota girant en cercle en l'extrem d'una corda es mantinguda en aquesta trajectòria circular per la tensió de la corda. Aquesta tensió de la corda sobre la pilota està dirigida cap al centre del cercle i s'anomena força centrípeta.

Newton arribà a la conclusió de que els planetes experimenten una força dirigida cap al Sol i que aquesta força els manté en les seves trajectòries o òrbites gairebé circulars al voltant del mateix. D'aquesta forma va concebre l'idea de que el Sol exerceix algun tipus de força que atrau els planetes. Encara més, donat que la Lluna gira al voltant de la Terra, deu existir una atracció d'aquesta sobre aquella. Aquesta força d'atracció sobre la Lluna la manté en la seva òrbita al voltant del nostre planeta. Existeixen llunes girant

entorn a altres planetes, i per tant, aquesta atracció d'un cos sobre un altre sembla ser un fenomen general.

L'expressió matemàtica exacta de la força d'atracció entre dos cossos fou establerta per primera vegada per Newton. Ell va comparar la forma en que els planetes es mourien sota diverses suposades forces d'atracció amb els seus moviments coneguts. Solament un tipus de força podia representar el moviment observat. Aquesta força es directament proporcional al producte de les masses dels dos cossos i inversament proporcional al quadrat de la distància entre ells. Si la distància entre els centres de dos cossos esfèrics es r , i les masses dels cossos son m_1 i m_2 , la força d'atracció exercida per una de les esferes sobre l'altra ve donada per l'equació següent:

$$F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.1)$$

- Si els cossos no són esfèrics, el valor que s'ha d'utilitzar per a r és més complicat. Tanmateix, si els cossos son petits en comparació amb la distància que els separa, r pot ser pres com igual a la distància de separació entre dos punts qualsevol sobre els cossos, en la primera aproximació.

En aquesta equació G es una constant de proporcionalitat, el valor de la qual pot ser comprovat experimentalment. Aquesta es la llei de la gravitació universal de Newton.

S'ha d'observar que la llei d'acció i reacció ens pot donar informació addicional d'aquesta força. Si el cos 1 exerceix una força atractiva sobre el cos 2, una força igual i oposada serà exercida per el cos 2 sobre l'1.

Una vegada conegut el valor de G es possible determinar la massa de la Terra. Aquesta operació s'efectua fàcilment, donat que el pes d'un cos sobre la superfície terrestre es igual a la força gravitatòria de la Terra sobre aquest cos. Si anomenem W al pes del cos d'assaig, M_t a la massa de la Terra, R_t al seu radi i m a la massa del cos d'assaig, l'equació de la gravitació universal es transforma en:

$$W = G \cdot \frac{M_t m}{R_t^2}$$

Per tant, si R_t i G són coneguts, es pot deduir la massa de la terra. Mitjançant la llei de la gravitació universal també poden ser determinades les masses dels planetes i del Sol.

Es interessant observar que, utilitzant l'equació mitjançant la qual es pot calcular la massa de la Terra, també es pot preveure la variació de g , acceleració deguda a la gravetat, com una funció de posició sobre, o a prop de, la Terra, suposant que aquesta sigui una esfera uniforme. Donat que $W = mg$, tenim que:

$$mg = \frac{G \cdot M_t m}{R_t^2}$$

o bé:

$$g = \frac{G \cdot M_t}{R_t^2} \quad (3.2.)$$

Així, per exemple, si estem a dos radis de distància del centre de la Terra, g decreixerà a un quart del valor que tenia sobre la superfície terrestre. Per tant, arribem a la conclusió de que g variarà en funció inversa del quadrat de la distància al centre de la Terra, almenys mentre s'estigui fora de la superfície terrestre. Tanmateix, donat que m queda eliminada en l'equació $g = \frac{G \cdot M_t}{R_t^2}$, la llei de gravitació prediu el resultat de Galileu de

que g és independent de m (Sota la superfície terrestre aquesta última equació ja no es compleix).

3.4. Camp físic

Diem que en una regió de l'espai existeix un camp quan en tots els seus punts hi ha present una determinada magnitud física. Si aquesta magnitud és escalar, tenim un *camp escalar*; i si és vectorial, un *camp vectorial*. La variació de la temperatura, de la pressió i de la densitat amb l'altura de l'atmosfera són exemples de camps escalars. En canvi, la velocitat de l'aire que remou un tifó és un exemple de camp vectorial.

Un cas de camp vectorial és el camp de forces. En una regió de l'espai hi ha un camp de forces quan, en posar-hi una partícula, aquesta experimenta una força.

Així, per exemple, si posem una massa m_1 enfront d'una altra massa m_2 , aquesta rep una força gravitatòria, i podem considerar que m_1 crea un camp gravitatori en l'espai que l'envolta; el mateix podem dir *de* m_2 , que crea un altre camp gravitatori de manera que m_1 rep una força gravitatòria a causa del camp que crea m_2 . El conjunt de forces que originen m_1 i m_2 és el que entenem com un camp de forces.

El mateix podem dir, d'una càrrega elèctrica Q_1 que interacciona amb una altra càrrega Q_2 , i considerem que, en aquest cas, les càrregues creen camps elèctrics en l'espai que les envolta. El conjunt de forces elèctriques que actuen sobre les càrregues també és un camp de forces.

El camp gravitatori té la particularitat que les forces que actuen sobre una massa determinada, independentment de la posició, van dirigides a un punt determinat, que anomenem centre de forces; per això, les anomenem forces centrals.

Les anomenem forces newtonianes quan la força que rep una partícula és inversament proporcional al quadrat de la distància que la separa del centre de forces, és a dir, quan:

$$F = \frac{k}{r^2} \quad (3.3)$$

Si les forces no són newtonianes, aleshores no verifiquen la relació anterior.

Considerem una massa M que origina forces gravitatòries sobre un conjunt de masses $m_1, m_2, m_3...$ Les forces que actuen sobre cada massa van dirigides cap a la massa M . (Fig. 3.4)

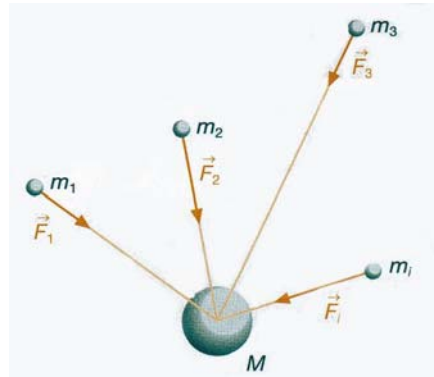


Fig. 3.4. Forces d'atracció que fa una massa M sobre un conjunt de masses m_1, m_2, \dots . Aquestes forces són centrals i newtonianes

Un cos que estigui a prop de la superfície de la Terra és atret cap al seu centre amb forces newtonianes; i aquestes forces ens condicionen físicament en la nostra vida quotidiana.

Un cas particular de camp es dóna quan aquest és constant, i aleshores diem que el camp és uniforme.

Intensitat de camp

Definim la intensitat d'un camp físic com la relació entre la força que actua sobre una partícula i el valor de la magnitud física de la partícula que fa que aquesta sigui sensible a la força.

$$\text{Intensitat de camp} = \frac{\text{Força}}{\text{Magnitud física de la partícula}}$$

En un camp gravitatori, la intensitat del camp \vec{g} és:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

on m és la magnitud física associada al camp gravitatori, que en aquest cas és la massa de la partícula.

Un camp vectorial es pot representar amb les línies de camp, les quals ens informen de la intensitat del camp: *a)* la direcció en un punt determinat es determina mitjançant la recta tangent a la línia de camp que passa per aquest punt, i *b)* la intensitat o mòdul es determina en funció de la densitat de línies que passa pel punt.

Un camp és uniforme quan la intensitat de camp és constant, és a dir, quan les línies de camp són paral·leles i equidistants, i, per tant, la partícula rep la mateixa força en qualsevol punt de l'espai on és present el camp.

En el cas d'un camp no uniforme, com per exemple el camp gravitatori que crea una massa puntual, les línies són radials i la intensitat varia amb la distància i amb la massa i el seu sentit va dirigit cap a les masses, ja que la força gravitatòria sempre és atractiva.

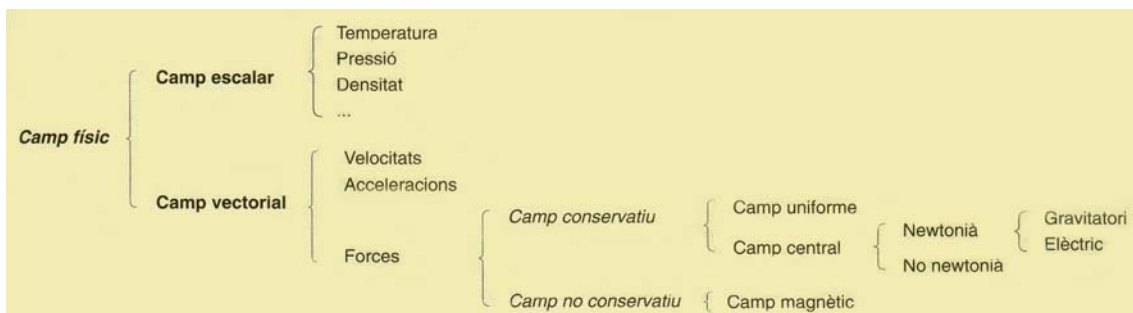


Fig. 3.5. Esquema dels possibles tipus de camps físics

3.5. Camp gravitatori

La força gravitatòria entre dos masses es un tipus d'interacció d'acció a distància, es a dir, les dos masses interaccionen encara que no es trobin en contacte. Una forma alternativa per a descriure la interacció gravitatori és introduir el concepte de camp gravitacional, g , en tot punt de l'espai. Quan una partícula de massa m es situa en un punt en el que el camp és g , la partícula experimenta una força $F = mg$. En altres paraules, el camp g exerceix una força sobre la partícula. D'on el camp gravitatori es defineix per:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (3.4)$$

En altres paraules, el camp gravitatori en qualsevol punt es igual a la força gravitatòria que experimenta una massa de prova, dividida entre aquesta massa de prova. Com a conseqüència d'això, si es coneix g en algun punt de l'espai, una partícula de prova, de massa m , experimenta una força gravitacional mg al situar-la en aquell punt.

Com a exemple, es pot considerar un objecte de massa m situat a prop de la superfície terrestre. La força gravitacional sobre l'objecte està dirigida cap al centre de la Terra i té una magnitud mg . Per tant, es veu que el camp gravitatori que experimenta l'objecte en algun punt té una magnitud igual a l'acceleració de la gravetat en aquell punt.

Aplicant l'equació 3.4 en què \vec{g} és la intensitat del camp gravitatori, que s'expressa en N/kg i \vec{F} és la força, en N , que rep la massa m expressada en kg .

Com que la massa és positiva, els vectors \vec{g} i \vec{F} tenen la mateixa direcció i sentit.

Podem comprovar que la intensitat de camp gravitatori correspon a una acceleració. En efecte, si apliquem la segona llei de Newton, trobem que:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow m\vec{g} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{g} = \vec{a}$$

Per tant, la intensitat de camp gravitatori és una acceleració, i, així, una altra unitat de camp gravitatori és el m/s^2 .

Considerem ara una massa puntual m aïllada. Per determinar la intensitat de camp gravitatori en un punt que es troba a una distància r de la massa puntual, situem una altra massa puntual de prova m' en aquest punt, i calculem la força que rep:

$$F = -G \frac{m m'}{r^2} \vec{u}$$

El vector unitari \vec{u} assenyala el sentit de la força, que va de la massa m que crea el camp fins el punt on es calcula el camp.

I, si substituïm la força gravitatòria en l'expressió que defineix \vec{g} , $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$ trobem que:

$$\vec{g} = \frac{-G \frac{m m'}{r^2}}{m'}$$

Si simplifiquem, obtenim finalment:

$$\vec{g} = -G \frac{m}{r^2} \vec{u} \quad (3.5)$$

en que G és la constant de gravitació universal, m la massa puntual aïllada i r la distància del punt que s'estudia a la massa m .

Aquesta expressió ens diu que la intensitat de camp gravitatori és inversament proporcional a la distància al quadrat.

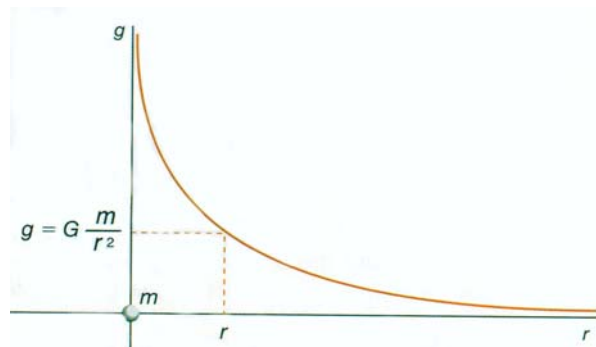


Fig. 3.6. Mòdul de \vec{g} en funció de la distància.

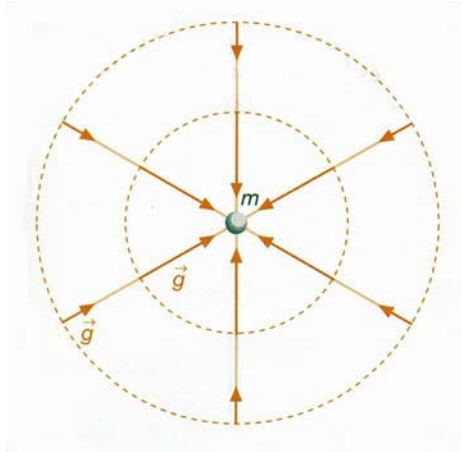


Fig. 3.7. Línies de camp d'una massa puntual

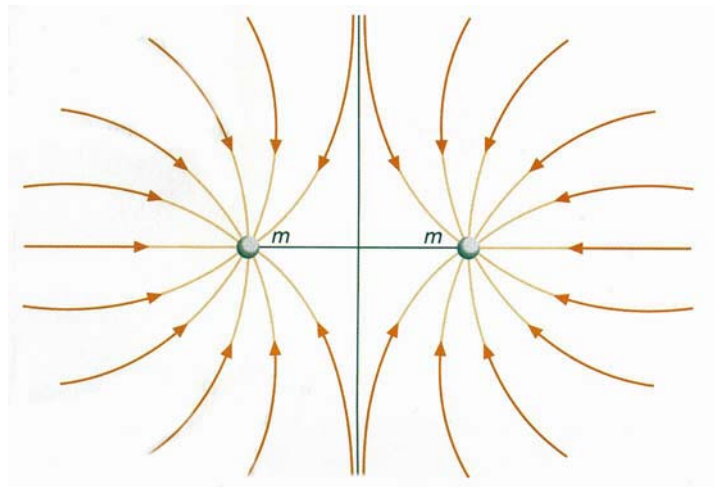


Fig. 3.8. Línies de camp de dues masses puntuals del mateix valor

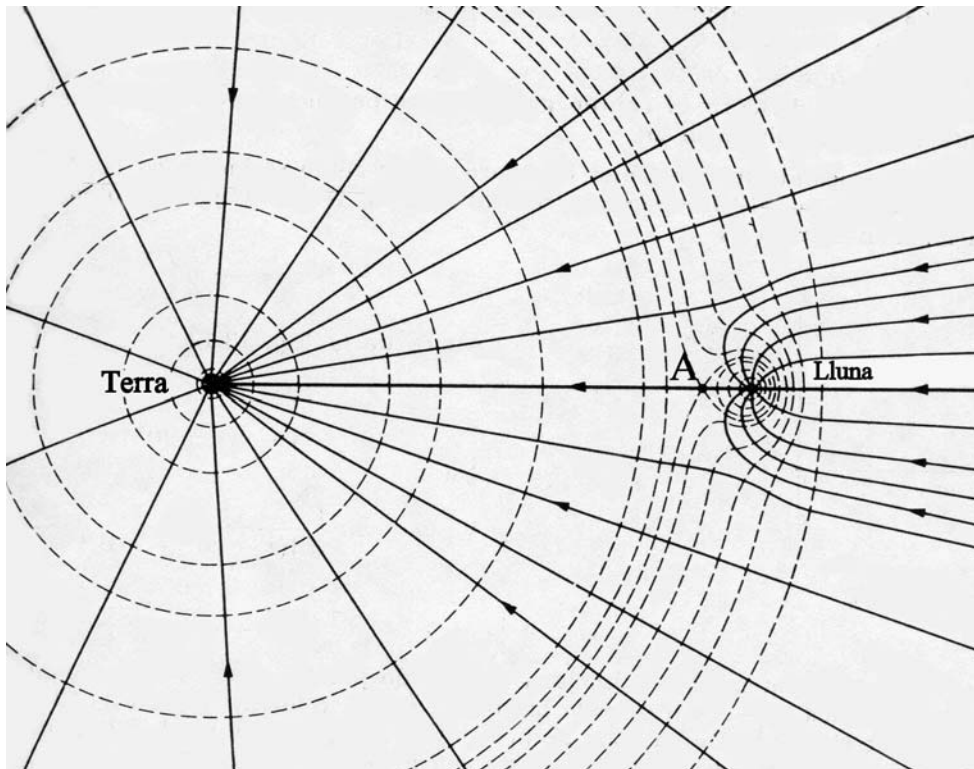


Fig. 3.9. Línies de força y superfícies equipotencials del camp gravitatori resultant, produït per la Terra i la Lluna. Teòricament en el punt A el camp gravitatori resultant és zero.

3.6. El camp gravitatori segons la teoria de la relativitat

La pregunta “Per què a l’aixecar una pedra i deixar-la, aquesta cau a terra?” normalment es contesta dient: “Perquè es atreta per la Terra”. La física moderna formula la resposta d’una forma una mica diferent, i això es deu al següent motiu. Arrel d’un estudi més detingut dels fenòmens electromagnètics s’ha arribat a la conclusió de que no existeixen accions immediates a distància. Quan un imant atreu, per exemple, un tros de ferro, no ens hem de limitar a dir que l’imant actua directament sobre el ferro a través de l’espai intermig buit; es precis imaginar amb Faraday que l’imant origina sempre en l’espai del voltant una cosa físicament real que s’anomena “camp magnètic”. Aquest camp magnètic actua a la mateixa vegada sobre el tros de ferro, de tal forma que aquest tendeix a moure’s cap a l’imant. No es necessari exposar aquí la justificació d’aquest concepte intermig, en sí arbitrari. És suficient indicar que els fenòmens electromagnètics –en especial la propagació de les ones electromagnètiques- admeten una representació teòrica molt més satisfactòria amb l’ajut d’aquest concepte que sense ell. De manera anàloga es considera l’acció de la gravitació.

L’acció de la Terra sobre la pedra es produeix d’una forma indirecta. La Terra origina al voltant seu un camp gravitatòria. Aquest camp actua sobre la pedra i provoca el seu moviment de caiguda. D’acord amb aquesta experiència, a mesura que ens allunyem de la Terra disminueix la intensitat de l’acció gravitatòria sobre un cos donat, i aquesta disminució segueix una llei perfectament determinada. En la nostra concepció això significa el següent: la llei que regeix les propietats espacials del camp gravitatori ha de ser una llei perfectament definida, amb el fi d’explicar correctament la disminució de l’acció gravitatòria amb la distància al cos actuant. Hi ha la possibilitat, per exemple, de que el cos generi directament el camp al seu entorn immediat; a grans distàncies, la intensitat i direcció del camp estaran determinades llavors per la llei que regeix les propietats espacials dels propis camps gravitacionals.

En contraposició al camp elèctric i al magnètic, el camp gravitatori exhibeix una propietat summament curiosa que té una importància fonamental en el que s’exposarà a continuació. Els cossos que es mouen sota l’única acció del camp gravitatori experimenten una acceleració que no depèn ni del material ni de l’estat físic del cos. Dins del camp gravitatori (i amb falta d’aire) un tros de plom i un de fusta, per exemple, cauen exactament de la mateixa forma al deixa’ls en llibertat amb la mateixa velocitat

inicial o bé sense velocitat inicial alguna. Aquesta llei, que es compleix amb extrema exactitud, es pot formular d'una altra forma basant-nos en la següent consideració.

D'acord amb la llei newtoniana del moviment tenim:

$$(Força) = (massa\ inercial) \cdot (acceleració),$$

on “la massa inercial” es una constant característica del cos accelerat. A partir d'ambdues relacions s'estableix que:

$$(acceleració) = \frac{(massa\ pesant)}{(massa\ inercial)} \cdot (intensitat\ del\ camp\ gravitatori)$$

Per a que ara –tal i com resulta de l'experiència- l'acceleració sigui sempre la mateixa, independentment de la naturalesa i estat del cos, per a un camp gravitatori donat, es necessari que la relació entre la massa pesant i la massa inercial sigui també la mateixa per al qualsevol cos. Per consegüent, mitjançant una elecció adequada de les unitats es possible fer que aquesta relació valgui 1; tenim llavors el següent principi: la massa pesant i la massa inercial d'un dos són iguals.

Es cert que l'antiga mecànica registrà aquest important principi, però no l'interpretà. Una interpretació satisfactòria només es pot obtenir reconeixent que: la mateixa qualitat del cos es manifesta, segons les circumstàncies, com “inèrcia” o com a “pes”.

La igualtat de massa inercial i massa pesant com a argument en favor del postulat general de la relativitat

Imaginem una gran porció d'espai buit, tan allunyada d'estrelles i altres masses considerables que es pugui dir, amb un grau suficient d'exactitud, que tenim davant de nosaltres el cas previst en la llei fonamental de Galileu. En aquestes condicions es possible elegir, per a aquesta porció de l'univers, un cos de referència de Galileu respecte al qual els punts en repòs resten en repòs i els que es troben en moviment, resten permanentment en moviment rectilini uniforme. Com a cos de referència imaginem-nos un gran calaix de la forma d'una habitació: suposem que dins del calaix s'hi troba un observador dotat d'aparells. Per a aquest observador no existeix,

naturalment, gravetat alguna. S'haurà de subjectar amb cordes al terra si no vol que al mes mínim cop contra aquest, comenci a ascendir lentament cap al sostre.

Suposem que en el centre de la tapa del calaix, per fora, hi ha fixat un ganxo amb una corda i que comença a estirar d'aquesta amb una força constant un ser la espècie del qual ens és indiferent. Llavors el calaix comença a volar, junt amb l'observador, cap a dalt amb un vol uniformement accelerat. La seva velocitat assolirà valors fantàstics a mesura que passa el temps, sempre que jutgem tot això des d'un cos de referència diferent, del qual no s'estigui estirant amb una corda.

Com jutja aquest procés l'home del calaix? El terra del calaix li transmet, per reacció, l'acceleració del calaix. Per tant, haurà d'absorbir aquesta pressió amb les cames si no vol veure's estès en el terra en tota la seva longitud. Estarà, doncs, de peu en el calaix, de la mateixa forma que una persona del nostre planeta pot estar-ho en una habitació de la seva casa. Si deixa en llibertat un cos que abans sostenia en la seva mà, l'acceleració del calaix ja no es transmetrà a aquest cos i com a conseqüència aquest s'anirà apropant al terra del calaix amb un moviment relatiu accelerat. L'observador es convencerà, a més de que l'acceleració del cos cap al terra es sempre la mateixa, independentment del cos amb el que es realitzi l'experiment.

D'altra banda, l'home del calaix, basant-se en el seus coneixements sobre el camp gravitatori, arribarà al resultat de que ell mateix, juntament amb el calaix, es troba en un camp gravitatori més o menys constant.

Ens en podem enriure de l'home i dir que la seva conclusió es errònia? Si volem ser conseqüents no ho podem fer, sinó que hem d'admetre que la seva forma de percebre la situació no atenta ni contra la raó ni contra les lleis mecàniques conegudes. A pesar de que amb respecte a "l'espai de Galileu" considerant en primer lloc que el calaix hagi accelerat, tanmateix podrem contemplar-lo com si estès en repòs. Existeixen, doncs, bones raons per a estendre el principi de la relativitat a cossos de referència accelerats un amb respecte a l'altre, amb la qual cosa hem obtingut un potent argument a favor d'un postulat generalitzat de la relativitat.

S'ha de tenir molt en comte la possibilitat de concebre les coses d'aquest mode descansa en la propietat fonamental del camp gravitatori de comunicar a tots els cossos la mateixa acceleració, o el que significa el mateix, en el principi de la igualtat de les masses

inercial i pesants. Si no existís aquesta llei de la naturalesa, l'home del calaix accelerat no podria interpretar el comportament dels cossos del seu voltant a través de la hipòtesis d'un camp gravitatori, i cap classe d'experiència l'autoritzaria a suposar que el seu cos de referència es troba en repòs.

Imaginem que l'home que es troba en el calaix fixa una corda en la part interior del sostre i que en l'extrem lliure i subjecta un cert cos. Com a conseqüència d'això la corda penjarà vertical en estat tensat. Preguntem-nos sobre el que provoca la tensió de la corda. L'home del calaix dirà: "el cos suspès experimenta en el camp gravitatori una força cap a baixa que es veu neutralitzada per la tensió de la corda; el determinant de la magnitud d'aquesta tensió és la massa pesant del cos suspès". D'altra banda, un observador que estigui flotant lliurement en l'espai jutjarà aquesta situació de la següent forma: "La corda es veu obligada a participar del moviment accelerat del calaix i transmet aquest moviment al cos que està suspès d'ella. La magnitud de la tensió de la corda es justament suficient com per a aconseguir l'acceleració del cos. El determinant de la magnitud de la tensió en la corda és la massa inercial". Aquest exemple demostra que l'ampliació del principi de la relativitat dona un caràcter necessari a la llei de la igualtat entre massa inercial i pesant. Amb això, s'obté una interpretació física d'aquesta llei.

L'estructura de l'espai segons la teoria general de la relativitat

D'acord amb la teoria general de la relativitat, les propietats geomètriques de l'espai no són independents, sinó que estan condicionades per la matèria. Per tant, només podrem extraure conclusions sobre l'estructura geomètrica de l'univers si basem les nostres consideracions en l'estat de la matèria com alguna cosa coneguda. Sabem per l'experiència que elegint adequadament el sistema de coordenades les velocitats de les estrelles són petites enfront la velocitat de propagació de la llum. Per tant, contemplant la matèria com si estès en repòs, podem arribar, en una aproximació, a un coneixement de la naturalesa global de l'univers.

De consideracions anteriors ja sabem que el comportament de les vares de mesurar i dels rellotges està influenciat pels camps gravitatoris, es a dir, per la distribució de la matèria. D'aquí es segueix també que en el nostre univers no es pot parlar d'una validesa exacta de la geometria euclidiana. Tanmateix, el que si és concebible es que el

nostre univers difereixi poc d'un univers euclídic, i aquesta concepció és encara més probable en tant que, segons els càlculs, fins i tot masses de la magnitud del nostre Sol no afecten sinó en grau mínim a la mètrica de l'espai circumdant. Es podria imaginar que en l'aspecte geomètric el nostre univers es comporta de forma anàloga a una superfície que es corba irregularment en les seves diverses parts, però que en cap punt s'aparta substancialment d'un pla, com, per exemple, la superfície d'un llac, crispada per dèbils onades. Un univers d'aquesta espècie el podríem denominar quasi-euclidià. En l'apartat referent a l'espai seria infinit. Tanmateix, els càlculs preveuen que en un univers quasi-euclidià la densitat mitja de la matèria hauria de ser nul·la. Per conseqüent, un univers d'aquesta espècie no podria estar poblat de matèria.

Ara bé, si en l'univers existeix una densitat de matèria diferent de zero, per molt petita que sigui la diferència, llavors l'univers no és quasi-euclidià. Els càlculs demostren més bé que amb una distribució uniforme de matèria, l'univers hauria de ser necessàriament esfèric (o bé el·líptic). Però com que en realitat, la distribució detallada de la matèria no és uniforme, l'univers real diferirà en punts concrets d'un comportament esfèric, la qual cosa significa que serà quasi-esfèric. Però haurà de ser necessàriament finit. La teoria fins i tot proporciona una senzilla relació entre l'extensió espacial de l'univers i la densitat mitja de matèria en el mateix.

3.7. Experiment de Cavendish

La mesura de la constant G de la gravitació universal es pot realitzar en un laboratori i fou Cavendish al 1798 el que ho realitzà per primera vegada, utilitzant una balança de torsió creada per Coulomb.

Aquesta balança consisteix actualment en un fil de torsió vertical del que penja una creu als extrems de la qual hi ha dos boletes pesades: B i B' que estan atretes per dos grans boles de plom: A i A' , amb la qual cosa la creu gira torçant el fil un determinat angle que es pot mesurar mitjançant un petit mirall enganxat al fil i sobre el qual hi incideix un raig de llum. El raig reflexat girarà el doble que el mirall, cosa que proporciona el doble de sensibilitat, i anirà a parar a una escala graduada.

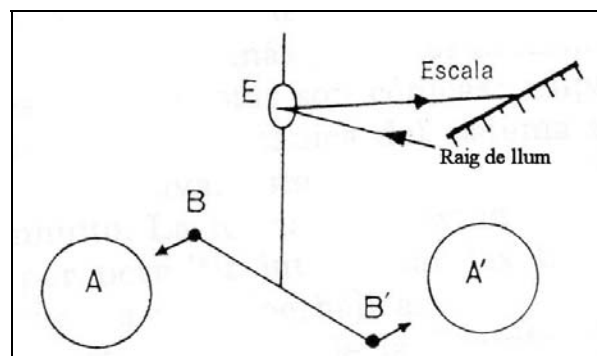


Fig. 3.10. Esquema de l'experiment de Cavendish

La torsió del fil permet mesurar el moment del parell de forces que s'exerceixen sobre B i B' . Les masses de A i B (M i m) es determinen amb una balança i el valor de r és la distància de la bola B al centre de A , i utilitzant la fórmula següent:

$$F = G \cdot \frac{M m}{r^2}$$

Aïllant la el valor de G , s'obté doncs, el valor de la constant de gravitació universal, que a Cavendish li donà: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

3.8. Moviment rectilini uniforme

Galileu va ser el primer que definí el moviment rectilini uniforme en aquests termes: “Entenc per moviment igual o uniforme aquell en què els espais recorreguts per un mòbil en temps iguals, presos com es vulguin, són iguals entre ells”. Dit d’una altra manera, és un moviment de velocitat v constant.

Com que en aquest tipus de moviments la velocitat no varia amb el temps, la velocitat instantània tindrà el mateix valor a cada instant i serà igual, per tant, a la velocitat mitjana \bar{v} ; és a dir:

$$v = \bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad (3.6)$$

Si considerem l’instant inicial $t_0 = 0$ i la posició x_0 del mòbil en aquest instant com origen, $x_0 = 0$, podem escriure l’equació anterior de la forma següent:

$$v = \frac{x}{t} \quad (3.7)$$

que és l’expressió fonamental d’aquest tipus de moviments de velocitat constant. Aillem successivament s i t i obtenim les equacions equivalents següents:

$$x = v \cdot t$$
$$t = \frac{s}{v}$$

Si per a $t_0 = 0$ el mòbil dista de l’origen un espai x_0 no nul, d’acord amb l’equació (3.6), tenim:

$$x = x_0 + v \cdot t \quad (3.8)$$

El fet que el gràfic $x - t$ sigui una recta obliqua indica que en aquest tipus de moviment existeix una proporcionalitat directa entre totes dues variables.

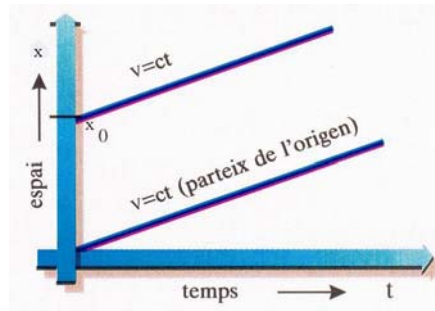


Fig. 3.11. Gràfic espai-temps en un moviment rectilini uniforme

El gràfic $v-t$ és una línia horitzontal, i l'àrea compresa entre aquesta línia i l'eix dels temps té un significat especial. Donat un moviment uniforme de $v = 10 \text{ m/s}$, l'àrea situada sota el gràfic per als 30 primers segons correspon a la d'un rectangle, el valor numèric del qual és expressat:

$$\text{Base} \times \text{altura} = 30 \text{ s} \times 10 \text{ m/s} = 300 \text{ m}$$

Encara que l'àrea no sigui expressada en m^2 , el valor coincideix numèricament amb l'espai total que el mòbil ha recorregut durant aquests 30 s :

$$x = v \cdot t = 30 \cdot 10 = 300 \text{ m}$$

A partir del diagrama $v-t$, calculem l'espai recorregut utilitzant procediments gràfics, és a dir, mesurant l'àrea continguda en el gràfic. Aquesta propietat no és exclusiva d'aquest tipus de moviments i podem generalitzar-ne l'aplicació a altres moviments, sigui quina sigui la forma del gràfic $v-t$.

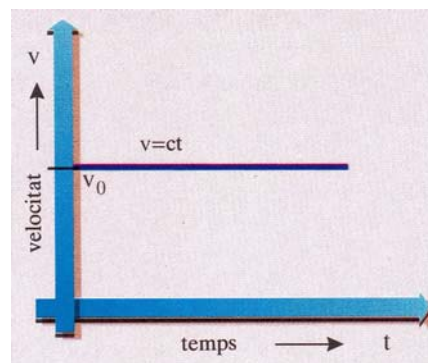


Fig. 3.12. Gràfic velocitat-temps en un moviment rectilini uniforme

3.9. Moviment rectilini uniformement accelerat

El moviment accelerat més senzill és el rectilini uniforme, és a dir, aquell en qual la velocitat varia uniformement duran el moviment.

La gràfica velocitat-temps es llavors una línia recta com en la figura 3.13, augmentant la velocitat valors iguals en intervals de temps iguals.

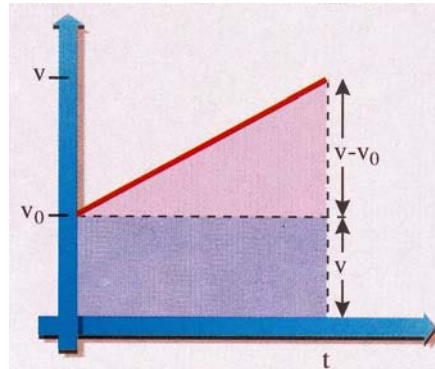


Fig. 3.13. Gràfic velocitat-temps en un moviment rectilini uniformement accelerat

El pendent de la corda determinada per dos punts qualsevol de la línia és la mateixa que la pendent de la tangent en qualsevol punt, i les acceleracions mitjana i instantània son iguals.

Si l'abscissa x d'una partícula que es mou sobre l'eix x es una funció donada pel temps, es pot calcular la velocitat per derivació, tenint en compte la definició $v = dx/dt$. La qual és una segona derivada de l'acceleració, ja que $a = dv/dt$. Considerem ara el procés invers: donada l'acceleració, trobar la velocitat i l'espai. Això es pot fer mitjançant els mètodes de càlcul integral. Estudiarem primer l'integral indefinida i després l'integral indefinida.

Suposem que es coneix l'acceleració $a(t)$ en funció del temps. Llavors, donat que:

$$\frac{dv}{dt} = a(t),$$

tenim:

$$dv = a(t)dt;$$

$$\int dv = \int a(t)dt ;$$

$$v = \int a(t)dt + C_1 \quad (3.9)$$

On C_1 es una constant d'integració el valor de la qual es pot determinar si es coneix la velocitat en un cert instant. Es costum expressar C_1 en funció de la velocitat v_0 quan $t = 0$.

Una vegada calculada l'integral anterior, tenim la velocitat $v(t)$ en funció del temps.

Llavors, donat que:

$$\frac{dx}{dt} = v(t)$$

resulta:

$$dx = v(t)dt ;$$

$$\int dx = \int v(t)dt ;$$

$$x = \int v(t)dt + C_2 \quad (3.10)$$

On C_2 és una segona constant de l'integració el valor del qual es pot determinar si es coneix l'espai en un cert instant. És costum expressar C_2 en funció de l'espai x_0 per a $t = 0$.

Si l'acceleració està donada en funció de x , es pot utilitzar l'equació $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$:

$$v \frac{dx}{dt} = a(x) ;$$

$$\int v dv = \int a(x)dx ;$$

$$\frac{v^2}{2} = \int a(x)dx + C_3 \quad (3.11)$$

Per a deduir l'equació del moviment uniformement accelerat utilitzant l'integral indefinida el que s'ha de fer és el següent:

Si a és constant, en virtut de l'equació (3.9):

$$v = at + C_1$$

Però $v = v_0$ quan $t = 0$, així que:

$$v_0 = 0 + C_1$$

i

$$v = v_0 + at \quad (3.12)$$

En virtut de l'equació 3.10, quan a es constant:

$$x = \int (v_0 + at)dt = v_0t + \frac{at^2}{2} + C_2$$

Si $x = 0$ quan $t = 0$, s'obté que $C_2 = 0$ i:

$$x = v_0t + \frac{at^2}{2}$$

Aquesta equació quan en el moviment a estudiar hi ha espai inicial es converteix en:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2} \quad (3.13)$$

En virtut de l'equació 3.11, quan a és constant:

$$\frac{v^2}{2} = ax + C_3$$

Si $v = v_0$ quan $x = 0$, llavors $C_3 = v_0^2/2$, i:

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \quad (3.14)$$

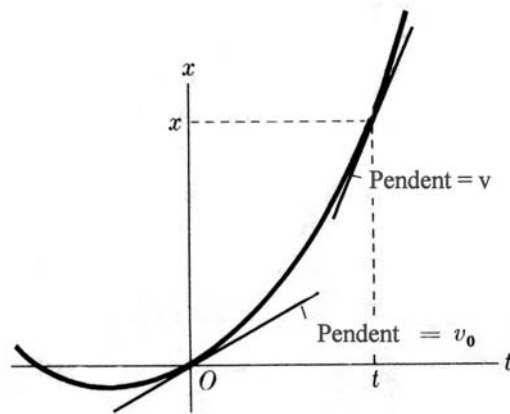


Fig. 3.14. Gràfic espai-temps en un moviment rectilini uniformement accelerat

3.10. Moviment de caiguda lliure

El moviment dels cossos per l'acció del seu propi pes és un exemple de moviment que es dona a la natura i que podem considerar rectilini uniformement accelerat. En aquest cas, l'espai x sobre la vertical correspon a una altura que representem amb la lletra h . En absència d'un medi resistent com l'aire, és a dir, en el buit, el moviment de caiguda és d'acceleració constant, i aquesta acceleració és la mateixa per a tots els cossos, independentment de quina sigui la seva forma i el seu pes. La presència d'aire frena aquest moviment de caiguda i l'acceleració depèn, llavors, de la forma del cos. No obstant això, per a cossos aproximadament esfèrics, podem negligir la influència del medi sobre el moviment i tractar-lo, en una primera aproximació, com si fos de caiguda lliure.

Representem l'acceleració en els moviments de caiguda lliure, coneguda com l'acceleració de la gravetat, per la lletra g , que pren un valor aproximat de 9.81 m/s^2 . Si el moviment considerat de descens o de caiguda, el valor de g serà positiu, com correspon a una autèntica acceleració. Si, contràriament, és d'ascens en vertical, el valor de g serà negatiu, perquè es tracta, en aquest cas, d'un moviment desaccelerat.

Les fórmules característiques d'aquests tipus de moviments, igual que els seus gràfics cinemàtics, coincideixen amb els dels moviments uniformement accelerats i uniformement retardats. Les escrivim així:

$$v = v_0 \pm gt$$

$$h = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = \pm 2gh$$

$$v = \frac{2h}{t} - v_0$$

La llei que diu que tots els cossos cauen al buit amb una acceleració que és igual per a tots i independent dels pesos respectius fou establerta per Galileu i comprovada mitjançant un experiment espectacular.

Des de dalt de la torre inclinada de Pisa i, en presència de professors i alumnes de la seva universitat, Galileu va llançar dues bales de canó, una deu vegades més pesada que l'altra. Amb aquest experiment Galileu preguntava directament a la natura i fou justament ella qui s'encarregà de respondre-li que, dintre de l'error experimental, malgrat les diferències de pesos, queien a la vegada, és a dir, recorrien el mateix espai en el mateix temps.

El resultat de l'experiment de la torre de Pisa, que fou àmpliament contestat durant l'època de Galileu, és fàcil d'interpretar a partir de l'equació $v = \sqrt{2gh}$, ja que altures iguals ocasionen velocitats finals idèntiques si acceptem que l'acceleració g de caiguda és la mateixa per a tots els cossos. Inversament, la demostració experimental de Galileu, que a igualtat d'altures h els cossos de pesos diferents aconseguen la mateixa velocitat v , equival a demostrar que l'acceleració de caiguda és independent del pes dels cossos.

3.11. Moviment sota una acceleració constant o parabòlic

En el cas en que l'acceleració és constant, tant en magnitud com en direcció, es d'especial importància. Si $a = \text{constant}$, s'obté derivant l'equació $a = \frac{dv}{dt}$:

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a \cdot dt = a \int_{t_0}^t dt = a(t - t_0) \quad (3.15)$$

on v_0 és la velocitat per a $t = t_0$. Llavors, tenint en comte que $\int_{v_0}^v dv = v - v_0$,

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad (3.16)$$

s'obté la velocitat en funció del temps. Substituint aquest resultat en l'equació (3.15) i integrant, s'obté:

$$\int_{r_0}^r dr = \int_{t_0}^t [v_0 + a(t - t_0)] dt = v_0 \int_{t_0}^t dt + a \int_{t_0}^t (t - t_0) dt \quad (3.17)$$

on r_0 dóna la posició en el temps t_0 . Per tant:

$$r = r_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2 \quad (3.18)$$

s'obté la posició de la partícula en qualsevol instant. Aquests resultats s'han de comparar amb les equacions $v = v_0 + \int_{t_0}^t a dt = v_0 + a \int_{t_0}^t dt = v_0 + a(t - t_0)$ i $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$ obtingudes per al moviment rectilini uniformement accelerat. En el moviment rectilini, la velocitat i l'acceleració tenen o la mateixa direcció o l'oposada. Tanmateix, en el cas més general d'un moviment sota l'acció de la gravetat, v_0 i a poden tenir direccions diferents. Per tant, la velocitat v donada per l'equació (3.16) no és paral·lela a a , però es troba sempre en el pla definit per v_0 i a . Igualment, de l'equació (3.18) es veu que l'extrem del vector r es troba sempre en el pla paral·lel a v_0 i a , i que passa per el punt definit per r_0 . Llavors s'arriba a la conclusió de que el moviment amb acceleració constant es produeix sempre en un pla. També l'equació (3.18) indica que la trajectòria del moviment és una paràbola.

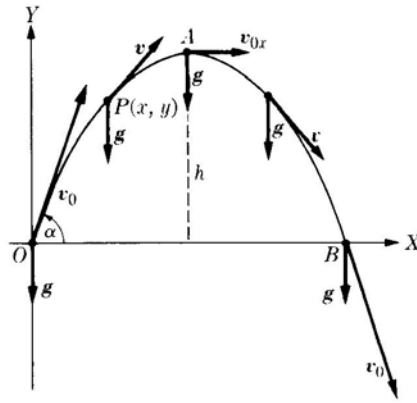


Fig. 3.15. Quan l'acceleració és constant la trajectòria és una paràbola.

Un dels casos més interessants d'aquestes equacions es la seva aplicació al moviment d'un projectil. En aquest cas $a = g =$ acceleració de la gravetat. Escollirem el pla XY coincident amb el pla definit per v_0 i $a = g$, l'eix y cap amunt, de tal forma que $g = -g\vec{j}$, i l'origen 0 coincident amb r_0 (Fig. 3.15). Llavors:

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j}$$

on:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \quad (3.19)$$

L'equació 3.16 pot separar-se en els seus components (si $t = 0$) escrivint:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = (v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j}) - g \cdot t\vec{j} \quad (3.20)$$

o

$$v_x = v_{0x} \quad v_y = v_{0y} - g \cdot t, \quad (3.21)$$

que indica que la component de v en la direcció X resta constant, ja que no hi ha acceleració en aquesta direcció. Similarment, l'equació (3.18) amb $r_0 = 0$ i $t_0 = 0$, quan es separen els seus components, es transforma en:

$$r = x\vec{i} + y\vec{j} = (v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j})t - \frac{1}{2}g \cdot t^2\vec{j}$$

o

$$x = v_{0x} \cdot t \quad y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2, \quad (3.22)$$

que donen les coordenades de la partícula en funció del temps. El temps necessari per a que el projectil assoleixi la seva màxima altura A es troba fent $v_y = 0$ en l'equació (3.21) ja que, en aquell punt, la velocitat del projectil és horitzontal. Per tant,

$$t = \frac{v_{0y}}{g} \quad \text{o} \quad t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}. \quad (3.23)$$

La màxima altura h s'obté substituint aquest valor de t en la segona equació de (3.22) donant com a resultat:

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \quad (3.24)$$

El temps necessari per a que el projectil retorni al nivell del terra a B , denominat *temps de vol*, pot obtenir-se fent $y = 0$ en l'equació (3.22). El temps de vol és òbviament el doble del valor donat per les equacions (3.23), o $2v_0 \sin \alpha / g$. L'abast $R = OB$ es la distància horitzontal recorreguda, i s'obté substituint el valor del temps de vol en la primera equació de (3.22), resultant:

$$R = v_{0x} \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

o

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (3.25)$$

Cal destacar que l'abast és màxim quan $\alpha = 45^\circ$. L'equació de la trajectòria s'obté eliminant el temps t entre les dos equacions (3.22), obtenint-se:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.26)$$

La qual es l'equació d'una paràbola, ja que tant $\operatorname{tg} \alpha$ com el coeficient de x^2 són constants.

Els resultats obtinguts són vàlids quan: (1) L'abast es suficientment petit com per omitir la curvatura de la terra. (2) L'altura es suficientment petita com per desestimar la

variació de la gravetat amb l'altura. (3) La velocitat inicial del projectil es suficientment petita com per a considerar negligible la resistència de l'aire.

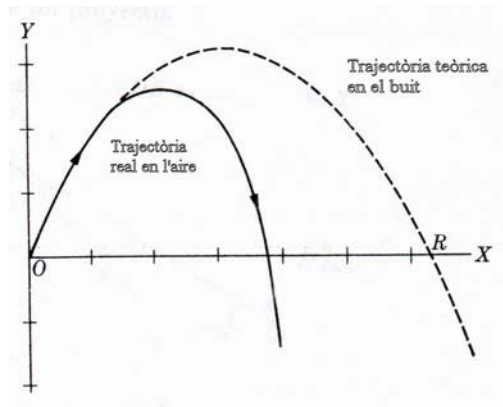


Fig. 3.16. Efecte de la resistència de l'aire en el moviment d'un projectil

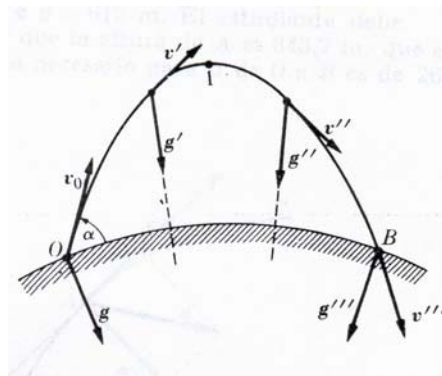


Fig. 3.17. La trajectòria d'un projectil de gran abast no es una paràbola, sinó l'arc d'una elipse.

3.12. Pèndul simple

Un exemple de moviment harmònic simple es el moviment d'un pèndul.

Un pèndul simple es defineix com una partícula de massa m penjada del punt O per una corda de longitud l i de massa negligible (Fig. 3.18). Si la partícula es porta a la posició B de tal forma que la corda formi un angle θ_0 amb la vertical OC , i seguidament es llença, el pèndul oscil·larà entre B i la posició simètrica B' .

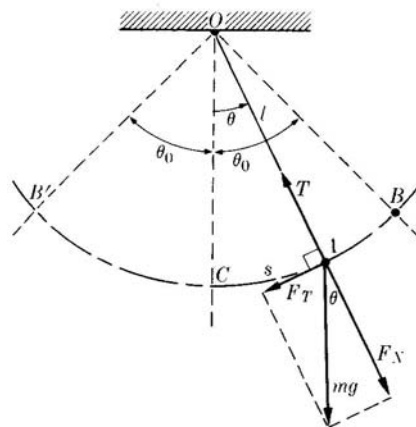


Fig. 3.18. Moviment oscil·latori d'un pèndul.

Per a determinar la naturalesa de les oscil·lacions, s'ha d'escriure l'equació del moviment de la partícula. La partícula es mou en un arc de cercle de radi $l = OA$. Les forces que actuen sobre la partícula són el seu mg i la tensió T al llarg de la corda. De la figura, es veu que la component tangencial de la força és:

$$F_T = -m \cdot g \cdot \sin \theta,$$

on el signe menys es deu a que s'oposa al desplaçament $s = CA$. L'equació del moviment tangencial és $F_T = m \cdot a_T$, i com que la partícula es mou al llarg d'un cercle

de radi l , es pot fer servir l'equació $a_T = \frac{dv}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = R \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = R\alpha$ (substituint R per

l) per a expressar l'acceleració tangencial. Això es:

$$a_T = \frac{ld^2\theta}{dt^2}$$

Per tant, l'equació del moviment tangencial és:

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \quad \text{o} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (3.27)$$

Tanmateix aquesta equació no es del mateix tipus que l'equació $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ a causa de la presència de $\sin \theta$. Altrament, si l'angle θ és petit, la qual cosa es certa si l'amplitud de les oscil·lacions és petita, es pot escriure $\sin \theta \approx \theta$ en l'equació (3.23) per al moviment del pèndul, obtenint-se:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

Aquesta és l'equació diferencial idèntica a l'equació $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ si es substitueix x per θ , aquesta vegada en referint-nos al moviment angular i no al moviment lineal. Per això, es pot arribar a la conclusió de que, dins de la nostra aproximació, el moviment angular del pèndul és harmònic simple amb $\omega^2 = g/l$. L'angle θ pot ser expressat en la forma $\theta = \theta_0 \sin(\omega \cdot t + \alpha)$. D'aquesta forma es pot deduir que el període de l'oscil·lació ve donat per l'expressió:

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3.28)$$

Es important precisar que el període es independent de la massa del pèndul. Per a majors amplituds, l'aproximació $\sin \theta \approx \theta$ no és vàlida. En aquest cas, la fórmula del període depèn de l'amplitud θ_0 . Si es desitja obtenir la fórmula general del període, primer s'ha d'expressar l'energia potencial del pèndul com una funció de l'angle y després substituir-se en l'expressió de P donada per l'equació $T = 2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(2/m)(E - E_p)}$.

El resultat es pot expressar per la sèrie:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \theta_0 + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{1}{2} \theta_0 + \dots\right)$$

La variació amb l'amplitud θ_0 del període P , expressat en funció del període

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ corresponent a oscil·lacions molt petites, s'il·lustra en la figura (3.19).

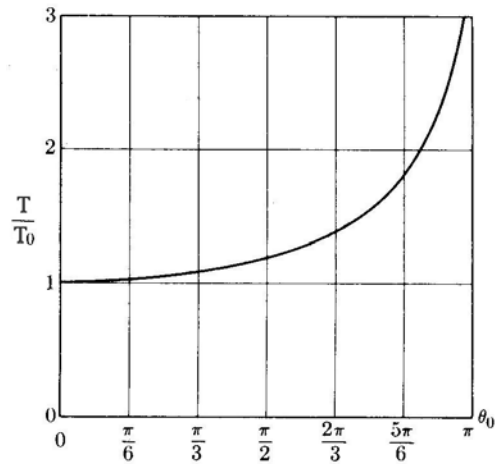


Fig. 3.19. Variació del període d'un pèndul en funció de l'amplitud.

S'ha de remarcar que el període P varia apreciablement de P_0 només en amplituds molt grans. Per a petites amplituds es suficient agafar el primer terme correctiu, i substituir $\frac{1}{2}\theta_0$ per $\sin \frac{1}{2}\theta_0$, obtenint-se:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{16}\theta_0^2\right) \quad (3.29)$$

on θ_0 s'expressa en radians. Aquesta es una aproximació suficient per la major part de les situacions pràctiques. De fet, el terme $\frac{\theta_0^2}{16}$ representa menys de l'1% per a amplituds menors de 23° .

De totes formes, hi ha un disseny especial en el període del pèndul és independent de l'amplitud. Aquest disseny rep el nom de *pèndul cicloidal*. Una cicloide es una corba generada per un punt en la punta d'un disc que roda sobre un pla, com es demostra en la figura 3.20.

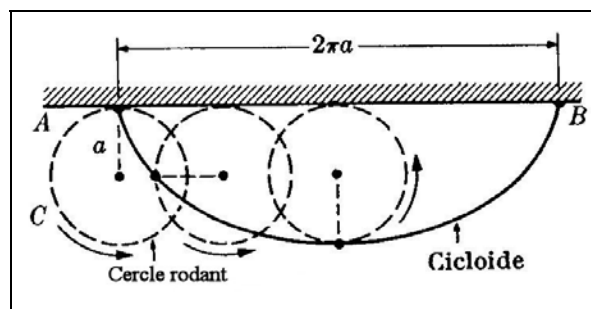


Fig. 3.20 Definició de la cicloide

Si en un pla vertical construïm una trajectòria amb la forma d'una cicloide, i es deixa que la massa m oscil·li sota l'acció de la gravetat, l'amplitud del moviment dependrà del punt des del qual es deixi anar la partícula, però el període sempre serà $T = 4\pi\sqrt{a/g}$, sent a el radi del cercle que genera la cicloide.

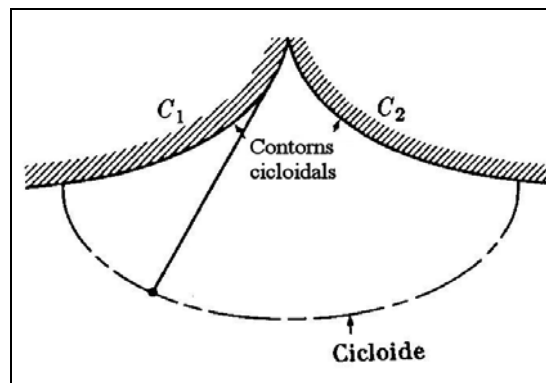


Fig. 3.21 Pèndul cicloidal

3.13. Mesures, resultats i errors

Fonts d'error

Els resultats de les mesures no es corresponen mai amb els valors reals de les magnituds es mesuren, sinó que, en més o menys extensió, són defectuosos, és a dir, contenen error. Les causes que motiven aquestes desviacions poden ser degudes a l'observador, a l'aparell o fins i tot a les característiques del procés de mesura.

Un exemple d'error de l'observador és l'anomenat *error de paral·laxi*, que es presenta quan pren nota de la lectura proporcionada per una escala graduada de l'aparell. La situació de l'observador respecte d'aquesta escala influeix en la posició de l'agulla indicadora segons l'angle des d'on la miri l'observador. Per evitar aquest tipus d'error cal situar-se en línia amb l'agulla, però perpendicularment al plànol de l'escala. Altres errors que són deguts a l'observador són produïts per negligència, defectes visuals, etcètera.

Són també freqüents els errors causats per l'aparell de mesura. Aquest és el cas de l'anomenat *error del zero*. L'ús successiu d'un aparell tan senzill com una bàscula de bany ocasiona que, després d'un temps de no usar-se, l'agulla no assenyali el zero de l'escala. Per evitar aquest tipus d'error, els fabricants hi inclouen un vis o una roda que permet corregir-lo abans d'iniciar cada mesura.

Altres fonts d'error possibles són les variacions en les condicions de mesura a causa d'alteracions ambientals, com, per exemple, canvis de pressió o temperatura, o bé produïdes per les mateixes característiques del procés. La interacció entre el sistema físic i l'aparell per mesurar constitueix la base del procés de mesura. Però aquesta interacció pertorba en un grau determinat les condicions que presentava el sistema abans de la mesura.

Així, quan desitgem mesurar la tensió elèctrica existent entre dos punts d'un circuit amb un voltímetre, una part del corrent es desvia per l'aparell de mesura, amb la qual cosa el sistema que s'ha mesurat queda lleugerament pertorbat. De la mateixa manera, quan mesurem una temperatura amb un termòmetre estem provocant una cessió o absorció de calor entre el termòmetre i el sistema fins que s'aconsegueixi l'equilibri tèrmic entre tots dos. El valor de la temperatura que s'ha de mesurar ha estat modificat, en certa

manera, pel fet d'intervenir-hi l'aparell. En l'àmbit de la física macroscòpica, quan aquesta pertorbació existeix, és controlable i podem reduir-la fins a considerar-la insignificant per mitjà d'un disseny adequat de l'aparell de mesura.

Error absolut i error relatiu

A causa de l'existència de fonts d'error diferents, el científic es planteja per sistema fins a quin punt o en quina mesura els resultats obtinguts són fiables, és a dir, dignes de confiança. Per això, associa al resultat un valor o índex complementari que indica la qualitat de la mesura o el seu grau de precisió.

Expressem matemàticament els errors o imprecisions en els resultats de dues maneres, anomenades error absolut i error relatiu.

L'error absolut (E_a) és la diferència entre el resultat de la mesura M i el valor vertader m de la magnitud que volem mesurar.

$$E_a = M - m$$

L'error relatiu (E_r) és el quocient entre l'error absolut (E_a) i el valor vertader.

L'expressem en tant per cent en l'expressió:

$$E_{r\%} = \frac{E_a}{m} \cdot 100$$

En sentit estricte, aquestes definicions són aplicables únicament quan es refereixen a operacions matemàtiques i no a mesures pròpiament físiques, ja que el valor exacte d'una magnitud no és accessible. Per això, de vegades és preferible parlar d'incerteses en lloc d'errors. En aquest cas, prenem el valor m que és el que s'acosta més al vertader, és a dir, el valor mitjà que hem obtingut en repetir la mateixa mesura moltes vegades.

Xifres significatives

Els científics procuren que les seves dades experimentals diguin només allò que poden dir, segons les condicions de mesura amb què s'obtingueren. Per aquest motiu, tenen

molta cura amb el nombre de xifres que expressa el resultat d'una mesura, i ho fan amb el propòsit d'incloure només aquelles xifres que tenen un significat experimental.

Són les anomenades *xifres significatives*. Una xifra és significativa quan la coneixem amb una precisió acceptable. Així, per exemple, quan mesurem amb un termòmetre que aprecia fins a les dècimes de grau no té cap sentit que hi apareguin resultats del tipus 36.25 °C o 22.175 °C, per exemple.

Efectivament, totes les xifres significatives que figuren en un resultat han de ser significatives. També hem de respectar aquest criteri general quan operem amb dades experimentals; és una qüestió de sentit comú que només pel fet d'operar amb nombres no és possible millorar la precisió dels resultats si aquests tenen una base experimental. Quan escrivim un resultat de manera que totes les seves xifres són representatives disposem, per aquest motiu, d'una informació de la precisió de la mesura.

Càlcul d'errors

Si les fonts d'error són únicament de caràcter aleatori, és a dir, si influeixen en el resultat de la mesura, tant per excés com per defecte, podem demostrar que el valor que més s'acosta al vertader és precisament el valor mitjà. Això és degut al fet que, quan fem la mitjana de tots els errors, els errors per excés tendiran a compensar-se amb els errors per defecte i això serà molt més cert com més gran sigui el nombre de vegades que repetim la mesura. Per aquesta raó, el procediment habitual per establir un valor fiable d'una quantitat M i de la seva incertesa corresponent és el següent:

- 1. Repetir n vegades l'operació de mesura de M i anotar-ne tots els resultats M_1, M_2, \dots, M_n .
- 2. Calcular la mitjana aritmètica (\bar{M}) de tots:

$$\bar{M} = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n}$$

- 3. Calcular la desviació mitjana (ΔM), és a dir, la mitjana aritmètica dels valors absoluts de les desviacions dels diferents resultats de la mesura respecte de la seva mitjana (\bar{M}).

$$\Delta M = \frac{|M_1 - \bar{M}| + |M_2 - \bar{M}| + \dots + |M_n - \bar{M}|}{n}$$

- 4. Considerar ΔM com una cota o límit d'error, de manera que el vertader valor M de la magnitud mesurada estarà comprès entre els valors extrems $\bar{M} - \Delta M$ i $\bar{M} + \Delta M$:

$$\bar{M} - \Delta M < M < \bar{M} + \Delta M$$

- 5. Expressar el resultat en la forma:

$$\bar{M} \pm \Delta M$$

De vegades, si treballem amb un nombre n de mesures elevades ens és útil de disposar els resultats i els seus errors o incerteses ordenadament, en forma de taula.

4. Pèndul simple

4.1. Descripció de l'experiment

Per a realitzar aquest experiment la primera cosa que s'ha de fer es disposar d'un pèndul simple, i en cas de que no se'n tingui cap se n'ha de construir un. Per a què els resultats siguin els desitjats, és important que el pèndul tingui una llargada considerable ja que d'aquesta manera es redueix l'error relatiu de la mesura.

Un cop ja tinguem el pèndul el que haurem de fer es fer oscil·lar el pèndul en oscil·lacions petites i que no realitzin cap tipus de rotació sobre el seu eix de simetria ja que del contrari s'ha d'utilitzar un procediment més complex.

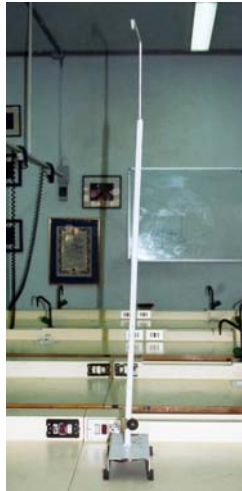
Quan ja tinguem el pèndul oscil·lant el que farem serà mesurar el temps que tarda en realitzar deu períodes (un període és un cicle complet, és a dir, que vagi i torni a la seva posició inicial). Quan ja tinguem mesurats els deu períodes, dividirem aquest temps per deu per tal de saber el temps que triga a realitzar un únic període. El període es mesura d'aquesta manera per tal de reduir l'error comès en la mesura.

Un cop sapiguem el temps que el pèndul triga a realitzar una oscil·lació completa, mitjançant la fórmula del període d'un pèndul, es calcularà l'acceleració de la gravetat. Aquest procés es repetirà fins a tenir deu càlculs diferents de la gravetat. Seguidament es realitzaran els càlculs sobre errors i mesures pertinents per tal de donar el resultat en la forma científica.

4.2. Utilitatge

Per a la realització del present experiment s'ha utilitzat el següent material:

- 1 pèndul



- 1 cronòmetre (precisió: $\pm 0.1 s$)



- 1 cinta mètrica (precisió: $\pm 0.001m$)

4.3. Esquema

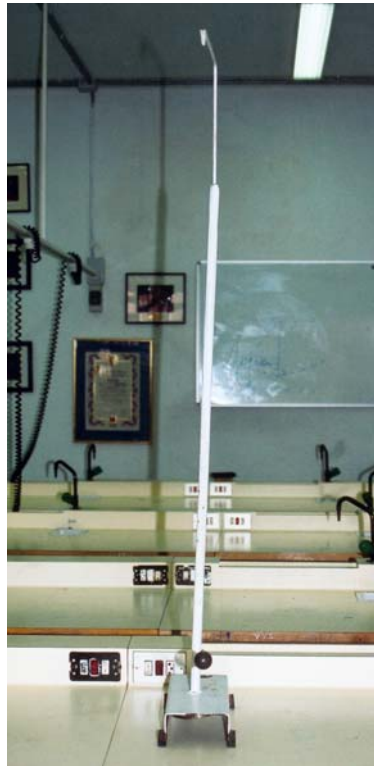


Fig. 4.1. Vista del pèndul utilitzat en l'experiment

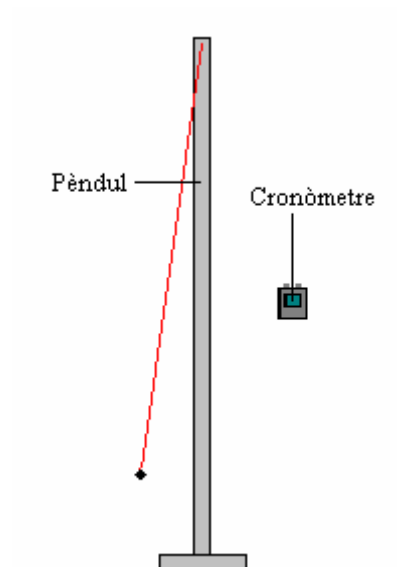


Fig. 4.2. Esquema del muntatge realitzat

4.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió

Longitud del fil = 100.5 cm = 1.005 m

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2}$$

$$E_{r_{LONG}} = \frac{1mm}{1005mm} \cdot 100 = 0.099\%$$

$$E_{r_{TEMPS}} = \frac{0.01s}{20.19s} \cdot 100 = 0.049\%$$

$$E_{r_{TOTAL}} = E_{r_{LONG}} + E_{r_{TEMPS}} = 0.099 + 0.049 = 0.148\%$$

$$10T_1 = 20.19s \Rightarrow T_1 = 2.019s$$

$$g_1 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.019^2} = 9.733 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r_g} = \frac{\Delta g}{9.733} \cdot 100 = 0.148 \Rightarrow \Delta g = \pm 0.01 \text{ m/s}^2$$

Aquests càlculs ens permeten saber el nombre de xifres decimals amb què s'ha d'expressar el resultat final. En aquest cas se n'utilitzaran dues.

$$10T_1 = 20.19s \Rightarrow T_1 = 2.019s$$

$$g_1 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.019^2} = 9.73 \text{ m/s}^2$$

$$10T_2 = 20.25s \Rightarrow T_2 = 2.025s$$

$$g_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.025^2} = 9.67 \text{ m/s}^2$$

$$10T_3 = 20.00s \Rightarrow T_3 = 2.000s$$

$$g_3 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.000^2} = 9.92 \text{ m/s}^2$$

La resta de càlculs es realitzen com els mostrats anteriorment.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{9.73 + 9.67 + 9.92 + 9.85 + 9.68 + 9.70 + 9.74 + 9.75 + 9.61 + 9.72}{10} = 9.74 \text{ m/s}^2$$

Nombre mesura	Longitud (m)	Període (s)	$g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2} \text{ (m/s}^2\text{)}$
1	1.005	2.019	9.73
2	1.005	2.025	9.67
3	1.005	2.000	9.92
4	1.005	2.007	9.85
5	1.005	2.024	9.68
6	1.005	2.022	9.70
7	1.005	2.018	9.74
8	1.005	2.017	9.75
9	1.005	2.038	9.61
10	1.005	2.020	9.72
			$\bar{g} = 9.74$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$d_1 = |9.73 - 9.74| = 0.01 \text{ m/s}^2$$

$$d_2 = |9.67 - 9.74| = 0.07 \text{ m/s}^2$$

$$d_3 = |9.92 - 9.74| = 0.18 \text{ m/s}^2$$

La resta de càlculs es realitzen per analogia als realitzats anteriorment.

$$\bar{d} = \frac{0.01 + 0.07 + 0.18 + 0.11 + 0.06 + 0.04 + 0.00 + 0.04 + 0.13 + 0.02}{10} = 0.06 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%1} = \frac{0.01}{9.74} \cdot 100 = 0.10 \%$$

$$E_{r\%2} = \frac{0.07}{9.74} \cdot 100 = 0.72 \%$$

$$E_{r\%3} = \frac{0.18}{9.74} \cdot 100 = 1.85 \%$$

Els càlculs restants es realitzen seguint el mateix procediment.

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{0.10 + 0.72 + 1.85 + 1.13 + 0.62 + 0.41 + 0.00 + 0.10 + 1.33 + 0.20}{10} = 0.65 \%$$

Acceleració de la gravetat	d	E _r %
9.73 m/s ²	0.01 m/s ²	0.10 %
9.67 m/s ²	0.07 m/s ²	0.72 %
9.92 m/s ²	0.18 m/s ²	1.85 %
9.85 m/s ²	0.11 m/s ²	1.13 %
9.68 m/s ²	0.06 m/s ²	0.62 %
9.70 m/s ²	0.04 m/s ²	0.41 %
9.74 m/s ²	0.00 m/s ²	0.00 %
9.75 m/s ²	0.01 m/s ²	0.10 %
9.61 m/s ²	0.13 m/s ²	1.33 %
9.72 m/s ²	0.02 m/s ²	0.20 %
$\bar{g} = 9.74 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 0.06 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 0.65 \%$

$$\mathbf{g = (9.74 \pm 0.06) \text{ m/s}^2}$$

5. Tir horitzontal

5.1. Descripció de l'experiment

Per a realitzar aquest experiment la primera operació a realitzar és el muntatge de la guia de llançament de la bola. És molt important que aquesta guia estigui completament horitzontal i que no balli. Per tal d'aconseguir això és molt útil ajudar-se d'un transportador d'angles i d'un cargol de taula.

Una vegada ja tinguem muntada la guia, la següent operació a realitzar és la de col·locar el sensor de llum. És molt important que el sensor de llum estigui situat en la posició en que el centre de gravetat de la bola de ferro comença a caure. També és molt important que quan la bola passi per davant del làser, aquest la toqui en el centre de gravetat. Després de situar el làser i el sensor de llum, el que s'ha de fer per acabar de completar el muntatge es situar el micròfon en la zona en què aproximadament pot caure la bola.

Quan ja haguem realitzat totes aquestes operacions ja tindrem el muntatge completat i llavors el pròxim pas que haurem de seguir serà el de mesurar el diàmetre de la bola mitjançant un peu de rei i mesurar l'altura des de la qual cau la bola. Aquestes mesures seran fonamentals a l'hora de calcular l'acceleració de la gravetat, ja que gràcies a elles podrem saber la velocitat i l'altura inicial de la bola.

La següent operació a realitzar és la d'encendre el MultiLab i configurar els sensors per tal de poder començar a prendre mesures. Les condicions de treball són les següents:

Condicions de treball	
Velocitat d'adquisició de dades	2000 mesures/s
Temps d'adquisició de dades	5 s
Sensor de llum	Rang: 0-6.6 lx
Micròfon	Rang: ± 2.5 V

Un cop ja haguem introduït aquestes condicions de treball, el següent pas és donar al MultiLab l'ordre de que comenci a enregistrar les dades i llençar la bola per la guia horitzontal.

Un cop tinguem els resultats obtindrem el valor de l'acceleració de la gravetat utilitzant les fórmules del moviment parabòlic.

Després d'haver realitzat l'experiment una vegada, es convenient repetir-lo dues o tres vegades més per tal d'obtenir un resultat més exacte.

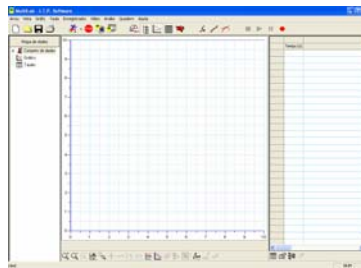
5.2. Utilitatge

Per a poder realitzar el present experiment seguint la descripció feta anteriorment és necessari disposar del següent material:

- 1 interfície del MultiLog.



- Programari: MultiLab.



- 1 sensor de llum (rang: 0 – 6.6 lx)



- 1 micròfon (Rang: ± 2.5 V)



- 1 bola de ferro



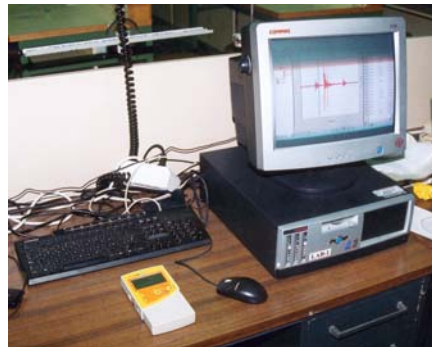
-1 guia horitzontal



- 1 làser



- 1 ordinador



- 1 peu de rei (precisió: $\pm 0.1 \text{ mm}$)

-1 cinta mètrica (precisió: $\pm 0.001 \text{ m}$)

5.3. Esquema



Fig. 5.1. Vista amb perspectiva del muntatge realitzat

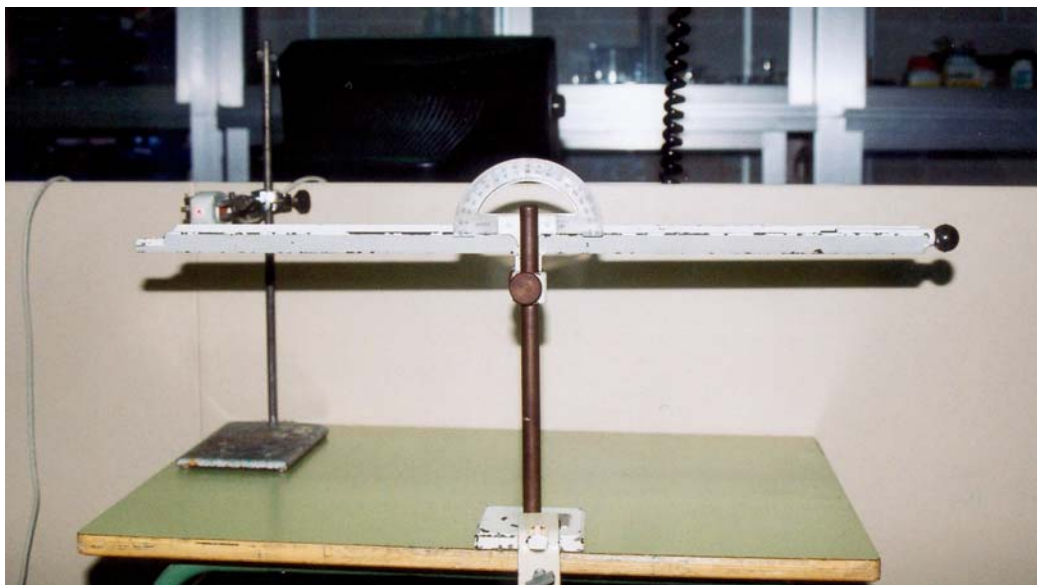


Fig. 5.2. Vista frontal del muntatge realitzat

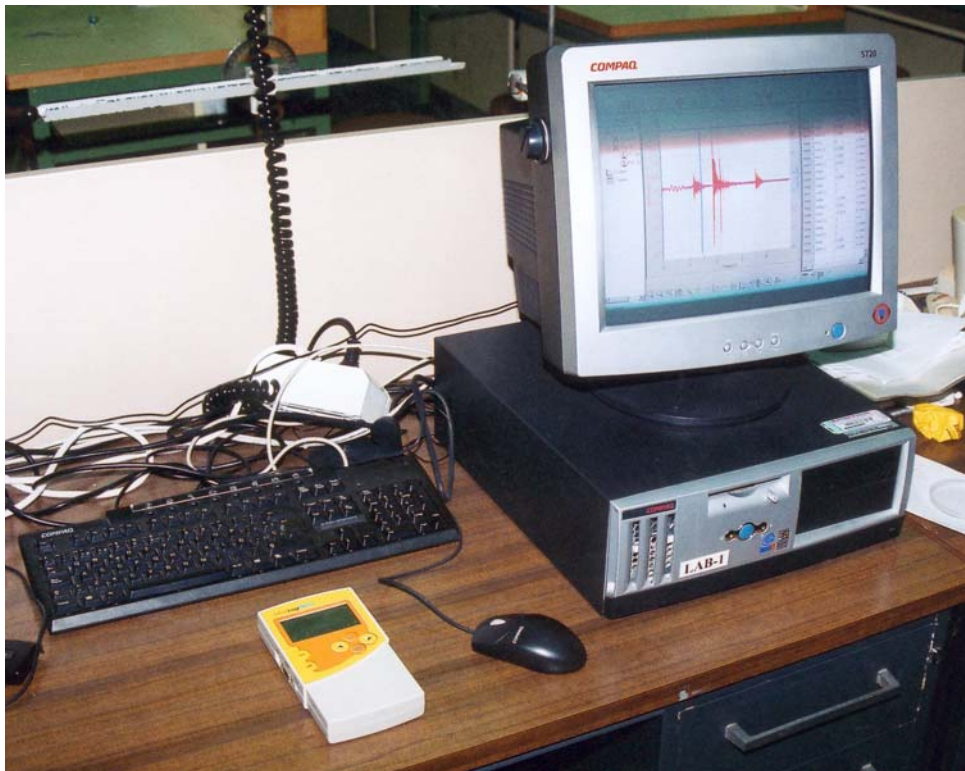


Fig. 5.3. Vista de l'ordinador amb el MultiLab després de realitzar l'experiment

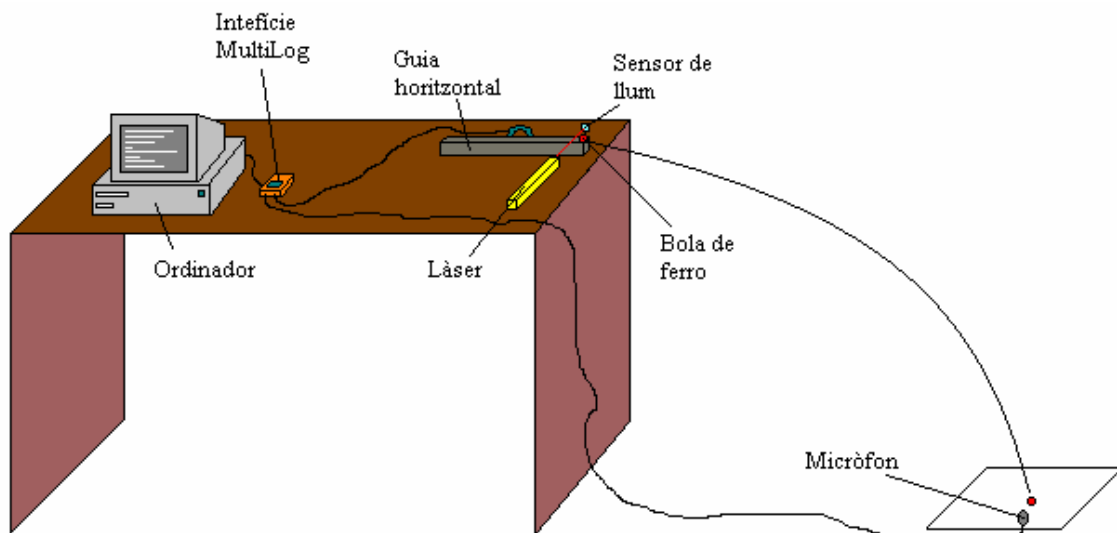


Fig. 5.4. Dibuix del muntatge realitzat en l'experiment

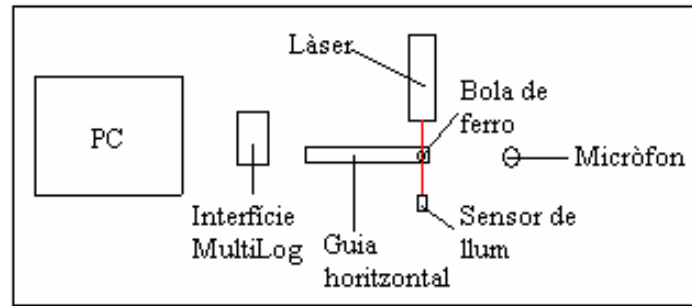


Fig. 5.5. Esquema del muntatge realitzat en l'experiment

5.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió

Mesura 1

Altura des de la qual cau la bola: 103.6 cm

Diàmetre de la bola (\varnothing): 3.10 cm

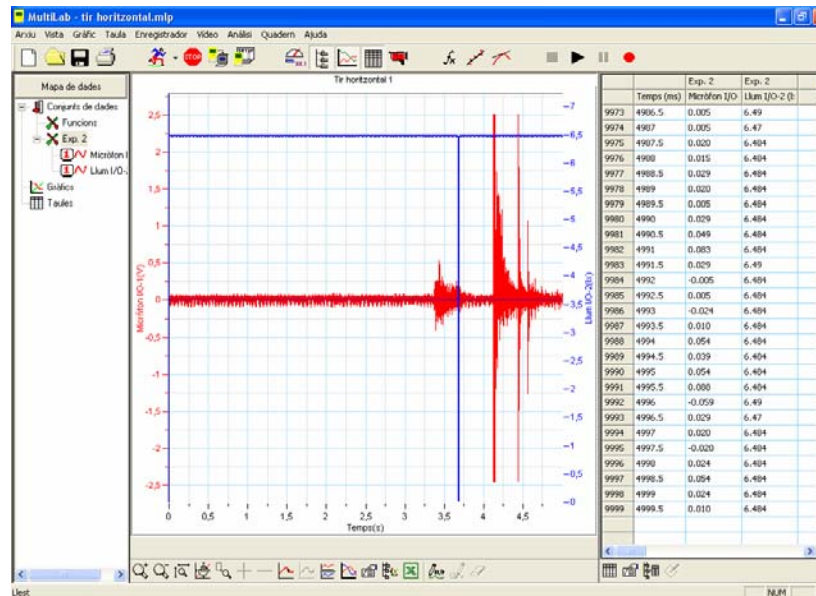


Fig. 5.6. Dades obtingudes experimentalment amb el MultiLab

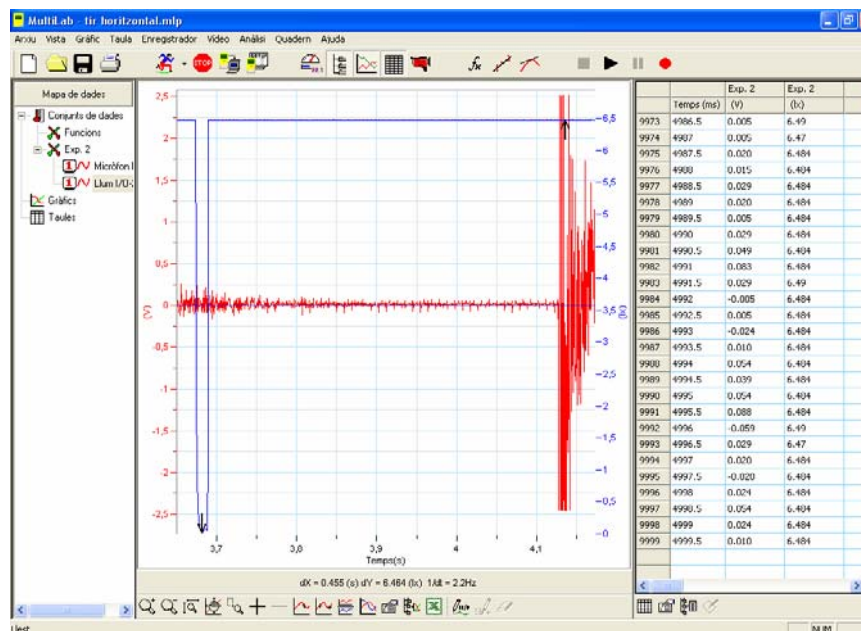


Fig. 5.7. Temps de vol

Temps de vol: 0.455 s

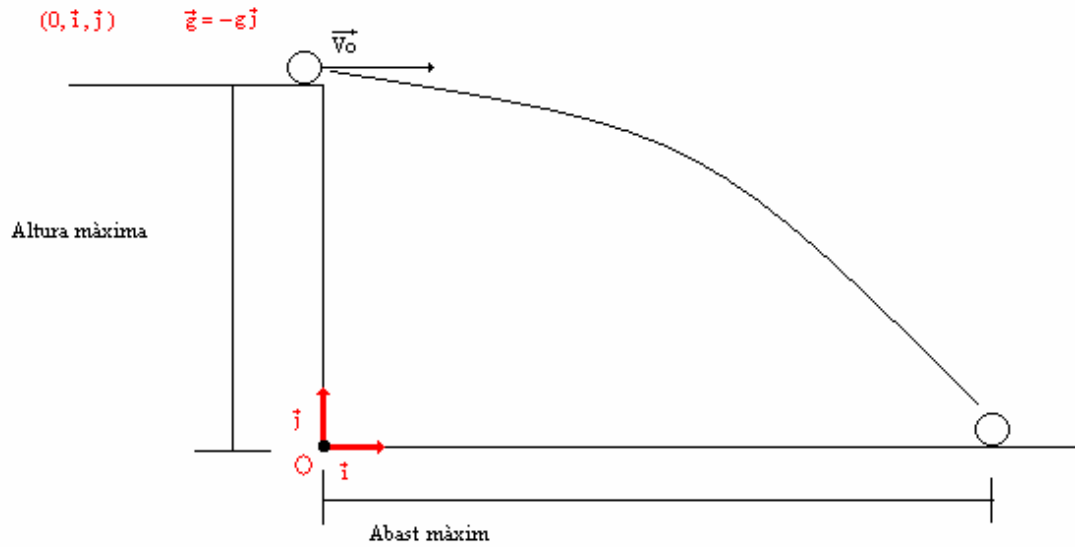


Fig. 5.8. Coordenades seleccionades a l'hora de resoldre el problema

$$x_{\max} \Rightarrow y = 0$$

$$0 = y_0 - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$g = \frac{2 \cdot y_0}{t^2}$$

$$g_1 = \frac{2 \cdot 1.036}{0.455^2} = 10.008 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r_y} = \frac{1 \text{ mm}}{136 \text{ mm}} \cdot 100 = 0.73\%$$

$$E_{r_t} = \frac{0.001 \text{ s}}{0.455 \text{ s}} \cdot 100 = 0.22\%$$

$$E_{r_{\text{TOTAL}}} = E_{r_y} + E_{r_t} = 0.73 + 0.22 = 0.95\%$$

$$0.95 = \frac{\Delta g}{10.008} \cdot 100 \Rightarrow \Delta g = \pm 0.09 \cong \pm 0.1 \text{ m/s}^2$$

Aquests càlculs ens permeten saber el nombre de xifres decimals amb que s'ha d'expressar el resultat final. En aquest cas només s'ha d'expressar amb un decimal, per tant: $g_1 = 10.0 \text{ m/s}^2$

Mesura II

Altura des de la qual cau la bola: 103.6 cm

Diàmetre de la bola (\varnothing): 3.10 cm

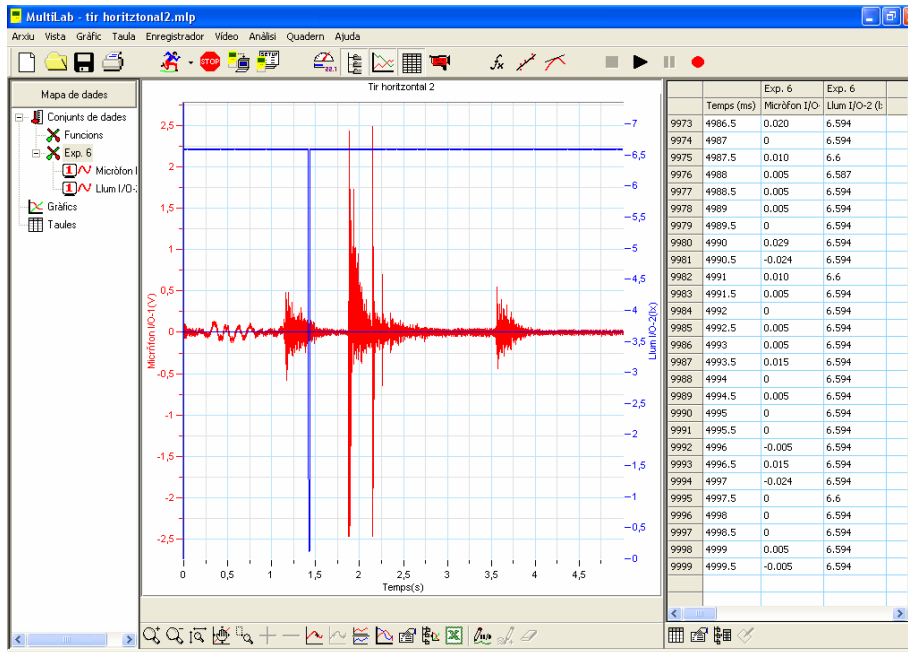


Fig. 5.9. Dades obtingudes experimentalment amb el MultiLab

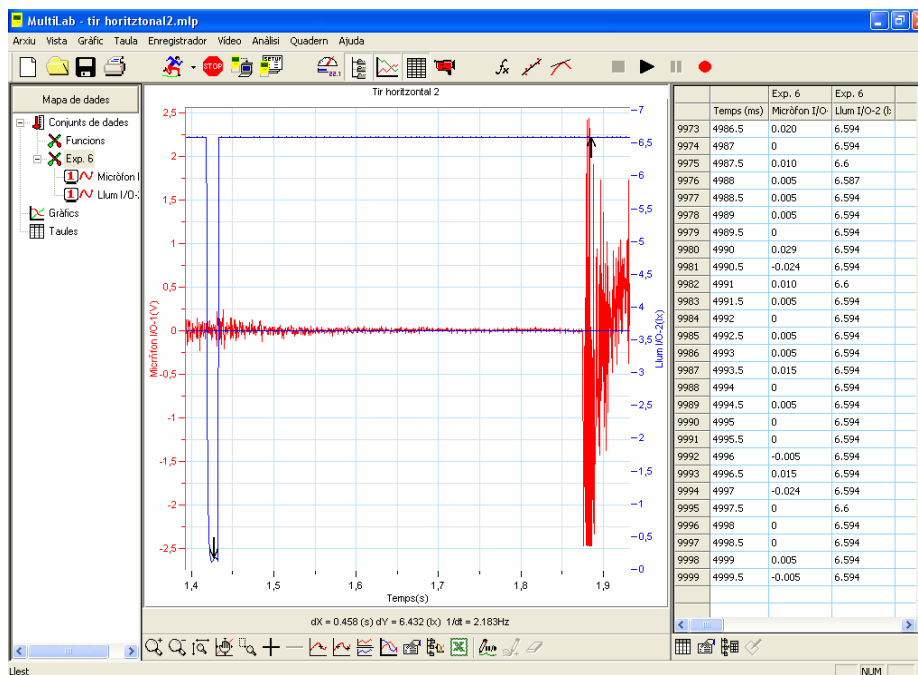


Fig. 5.10. Temps de vol

Temps de vol: 0.458 s

$$x_{\max} \Rightarrow y = 0$$

$$0 = y_0 - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$g = \frac{2 \cdot y_0}{t^2}$$

$$g_2 = \frac{2 \cdot 1.036}{0.458^2} = 9.9 \text{ m/s}^2$$

Mesura III

Altura des de la qual cau la bola: 94.0 m

Diàmetre de la bola (\emptyset): 2.460 cm

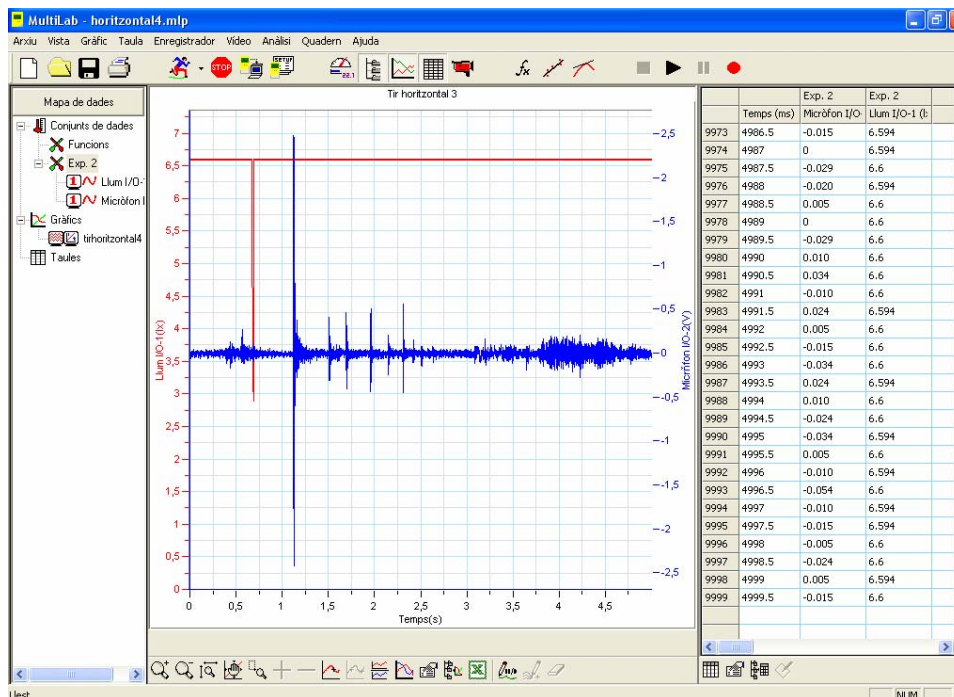


Fig. 5.11. Dades obtingudes experimentalment amb el MultiLab

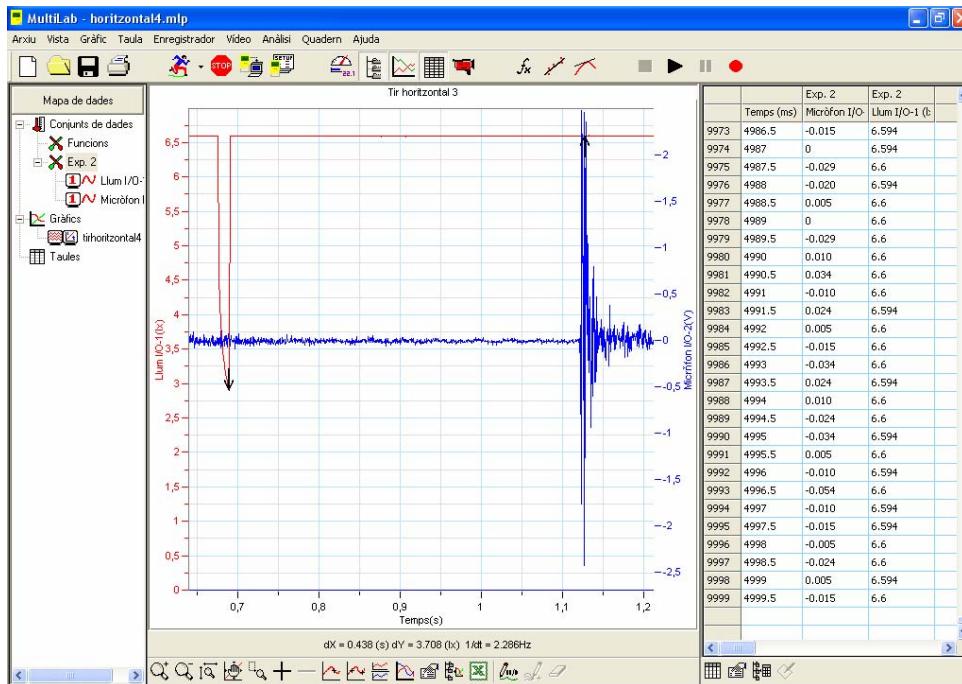


Fig. 5.12. Temps de vol

Temps de vol: 0.438 s

$$x_{\max} \Rightarrow y = 0$$

$$0 = y_0 - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$g = \frac{2 \cdot y_0}{t^2}$$

$$g_3 = \frac{2 \cdot 0.940}{0.438^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Mesura IV

Altura des de la qual cau la bola: 103.6 cm

Diàmetre de la bola (\emptyset): 3.10 cm

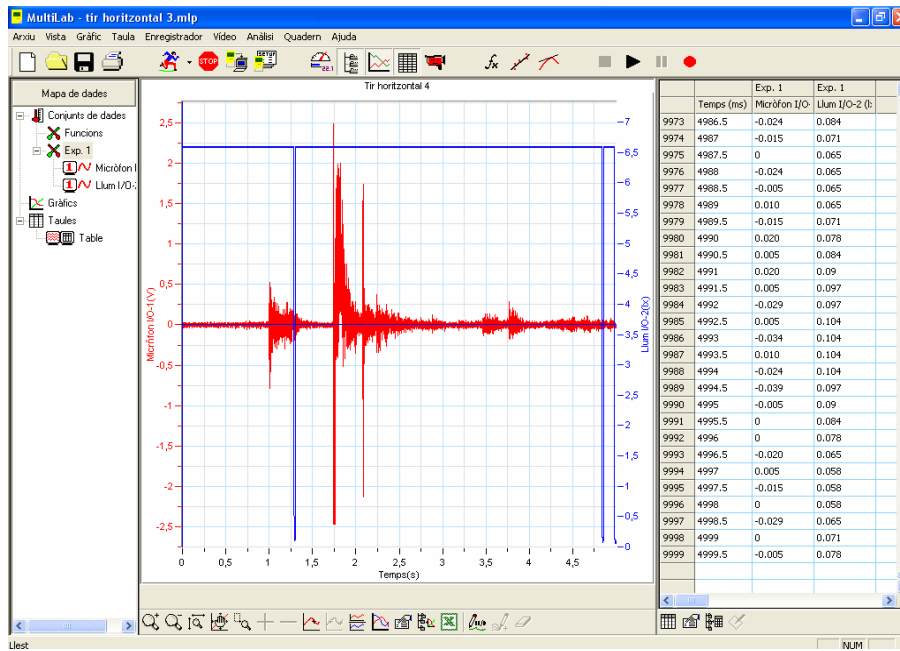


Fig. 5.13. Dades obtingudes experimentalment amb el MultiLab

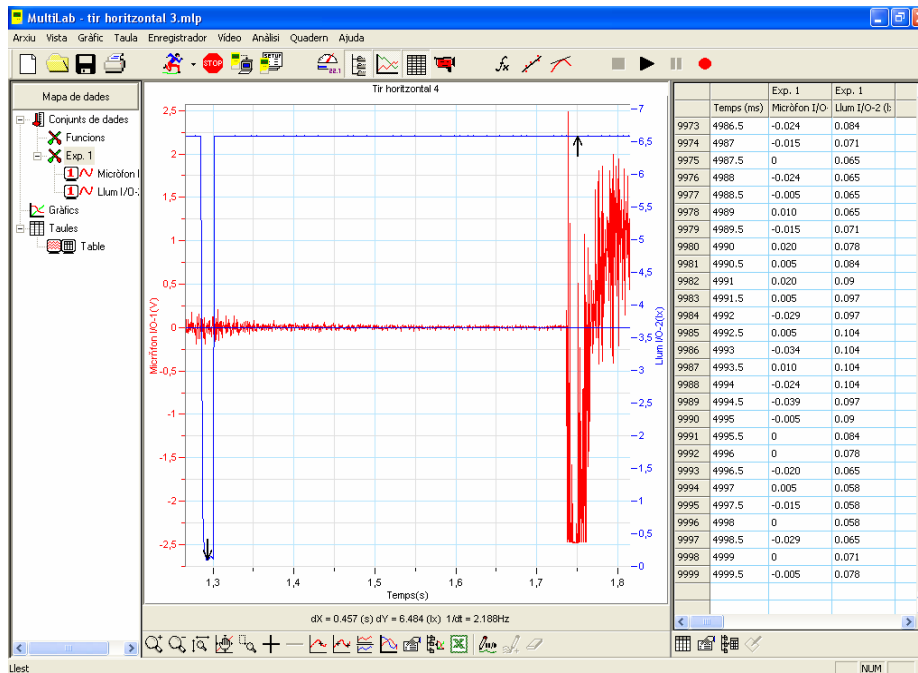


Fig. 5.14. Temps de vol

Temps de vol: 0.457 s

$$x_{\max} \Rightarrow y = 0$$

$$0 = y_0 - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$g = \frac{2 \cdot y_0}{t^2}$$

$$g_4 = \frac{2 \cdot 1.036}{0.457^2} = 9.9 \text{ m/s}^2$$

Mesura V

Altura des de la qual cau la bola: 103.6 cm

Diàmetre de la bola (\varnothing): 3.10 cm

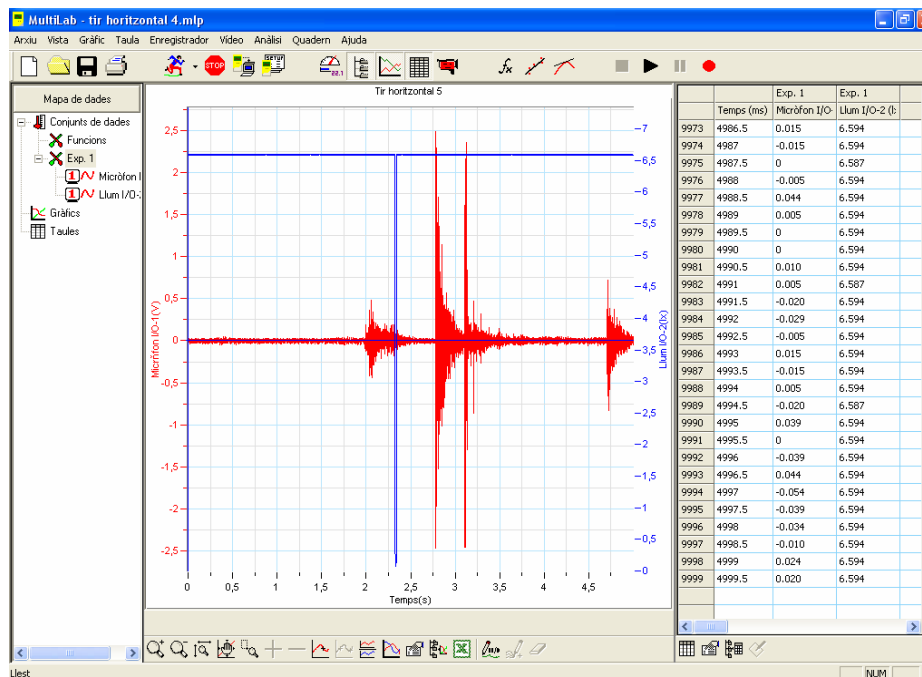


Fig. 5.15. Dades obtingudes experimentalment amb el MultiLab

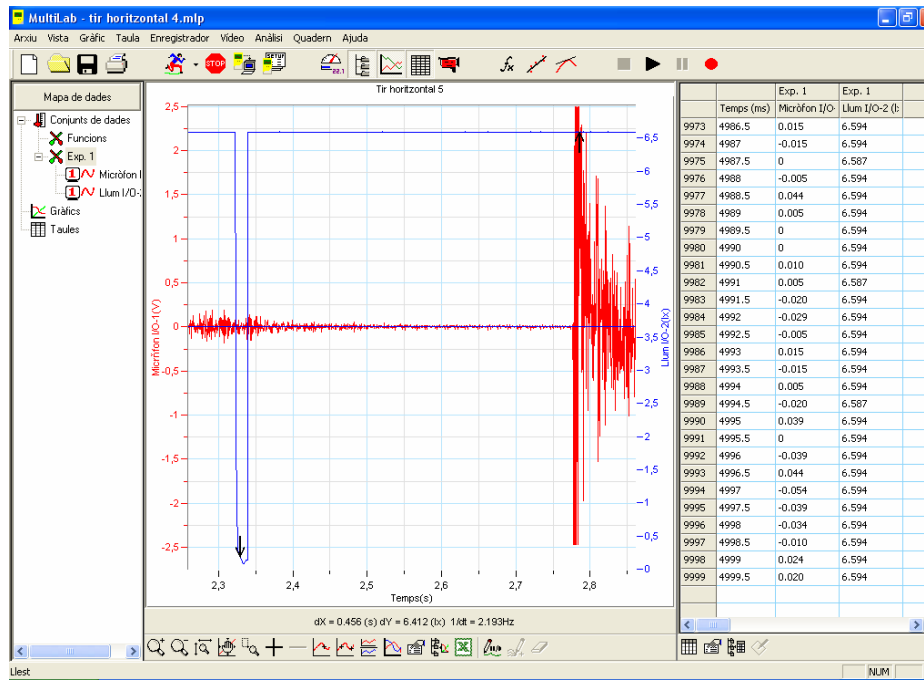


Fig. 5.16. Temps de vol

Temps de vol: 0.456 s

$$x_{\max} \Rightarrow y = 0$$

$$0 = y_0 - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$g = \frac{2 \cdot y_0}{t^2}$$

$$g_s = \frac{2 \cdot 1.036}{0.456^2} = 10.0 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{10.0 + 9.9 + 9.8 + 9.9 + 10.05}{5} = 9.9 \text{ m/s}^2$$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$d_1 = |10.0 - 9.9| = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$d_2 = |9.9 - 9.9| = 0.0 \text{ m/s}^2$$

$$d_3 = |9.8 - 9.9| = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$d_4 = |9.9 - 9.9| = 0.0 \text{ m/s}^2$$

$$d_5 = |10.0 - 9.9| = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{d} = \frac{0.1 + 0.0 + 0.1 + 0.0 + 0.1}{5} = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$E_{r\%_1} = \frac{0.1}{9.9} \cdot 100 = 1.0 \%$$

$$E_{r\%_2} = \frac{0.0}{9.9} \cdot 100 = 0.0 \%$$

$$E_{r\%_3} = \frac{0.1}{9.9} \cdot 100 = 1.0 \%$$

$$E_{r\%_4} = \frac{0.0}{9.9} \cdot 100 = 0.0 \%$$

$$E_{r\%_5} = \frac{0.1}{9.9} \cdot 100 = 1.0 \%$$

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{1.0 + 0.0 + 1.0 + 0.0 + 1.0}{5} = 0.6 \%$$

	Acceleració de la gravetat	d	E_r%
g_1	10.0 m/s ²	0.1 m/s ²	1.0 %
g_2	9.9 m/s ²	0.0 m/s ²	0.0 %
g_3	9.8 m/s ²	0.1 m/s ²	1.0 %
g_4	9.9 m/s ²	0.0 m/s ²	0.0 %
g_5	10.0 m/s ²	0.1 m/s ²	1.0 %
	$\bar{g} = 9.9 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 0.1 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 0.6 \%$

$$\mathbf{g = (9.9 \pm 0.6) \text{ m/s}^2}$$

6. Caiguda lliure del regle

6.1. Descripció de l'experiment

Com en qualsevol altre experiment, la primera operació a realitzar és la de dur a terme el muntatge de tots els instruments necessaris per a obtenir els resultats desitjats.

Primerament disposarem el làser i el sensor de llum de manera que el raig que emet el primer impacti plenament en el sensor del segon i en segon terme ens assegurarem de que el sensor de llum estigui situat sobre d'una superfície elevada i que estigui en un dels seus extrems, per tal que sigui possible deixar caure el regle el més a prop possible del sensor, ja que el regle reflecteix el raig làser i el desvia lleugerament, i com més lluny estigui el sensor del regle hi haurà més dispersió del raig làser.

Després de realitzar el muntatge del làser i el sensor de llum, la següent operació a realitzar és la d'obrir el MultiLab i configurar el sensor per tal de poder començar a capturar mesures. Les condicions de treball seran les següents:

Condicions de treball	
Velocitat d'adquisició de dades	2000 mesures/s
Temps d'adquisició de dades	10 s
Sensor de llum	Rang: 0-6.6 lx

Una vegada ja estigui finalitzada la configuració dels sensors el següent pas a realitzar serà el de donar l'ordre al MultiLab de començar a adquirir dades i seguidament deixar caure el regle de la forma més vertical i més a prop del sensor possible. En cas de que el regle no caigui vertical i estigui molt separat del sensor de llum els resultats es veuran distorsionats.

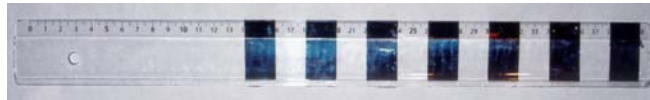
Un cop ja tinguem les dades obtingudes amb el MultiLab i sabent que en cada interval de temps l'espai recorregut es de 2 cm, introduïrem les dades al Curve Expert i li direm que ens les ajusti a una paràbola. Gràcies a això i utilitzant uns càlculs que s'explicaran en l'apartat de resultats obtinguts podrem saber l'acceleració de la gravetat.

Per tal d'obtenir un resultat el més verídic possible, s'ha de repetir el procediment diverses vegades i després realitzar els pertinents càlculs per tal de donar un únic resultat que s'ajusti a la realitat.

6.2. Utilitatge

Per al correcte desenvolupament de l'experiment explicat anteriorment és necessari poder disposar del següent material:

- 1 regle amb tires negres de 2 cm de longitud intercalades amb 2 cm de regle sense res.



- 1 làser



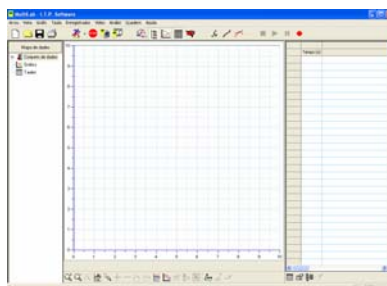
- 1 interfície del MultiLog



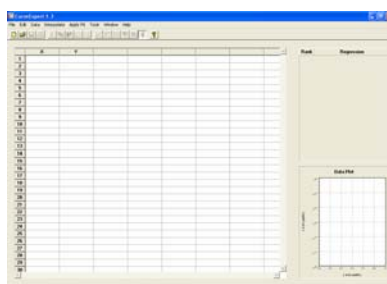
- 1 sensor de llum (rang: 0 - 6.6 lx)



- Programari: MultiLab.



- Programari: Curve Expert



- 1 ordinador



6.3. Esquema



Fig. 6.1. Vista del muntatge realitzat per a dur a terme aquest experiment



Fig. 6.2. Vista del muntatge realitzat

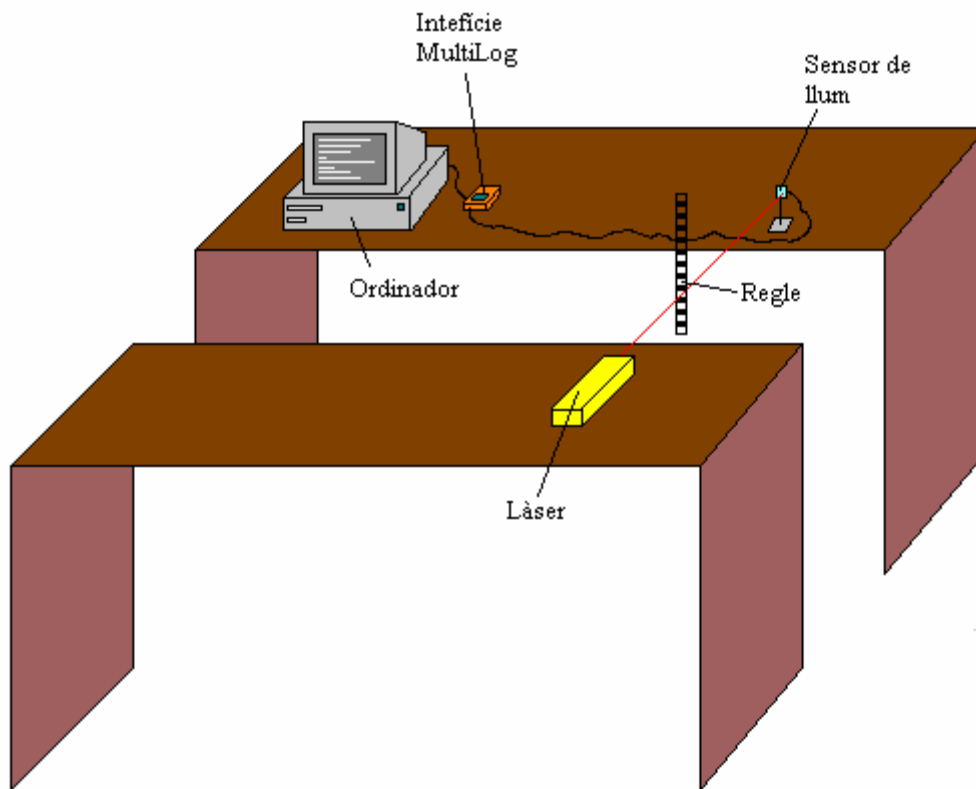


Fig. 6.3. Dibuix del muntatge realitzat en l'experiment

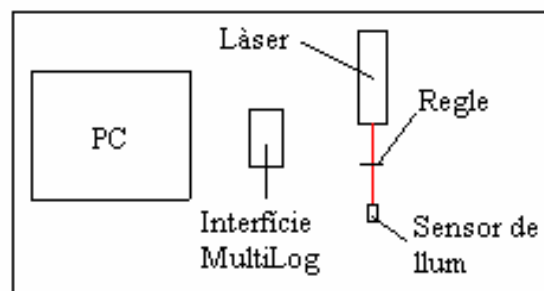


Fig. 6.4. Esquema del muntatge realitzat en l'experiment

6.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió

Espai entre marca: 2 cm

Mesura I

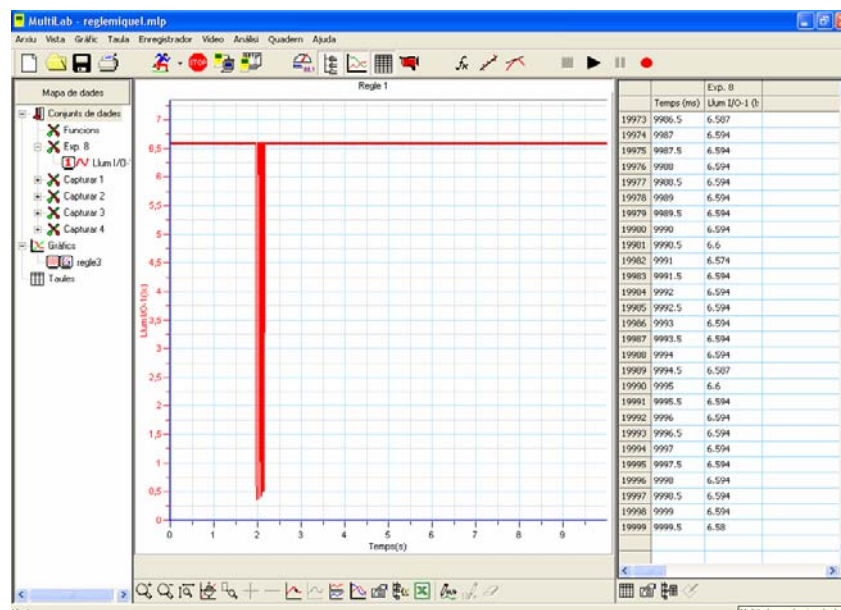


Fig. 6.5. Dades obtingudes amb el MultiLab

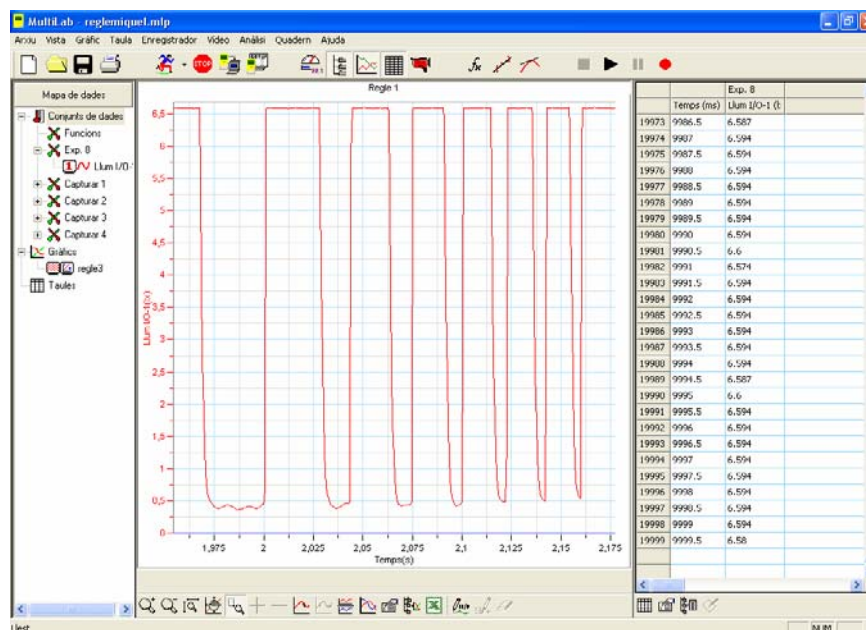


Fig. 6.6. Vista ampliada de les dades obtingudes

Temps (s)	Espai (cm)
0	0
0.034	2
0.060	4
0.077	6
0.095	8
0.108	10
0.123	12
0.134	14
0.147	16
0.156	18
0.168	20
0.176	22
0.187	24
0.194	26

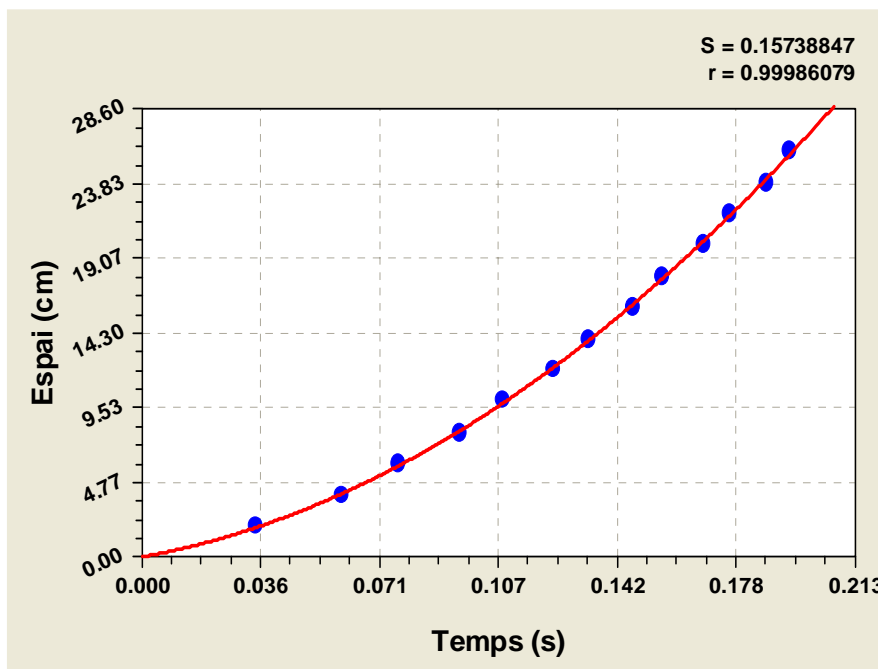


Fig. 6.7. Gràfic espai-temps de la primera mesura

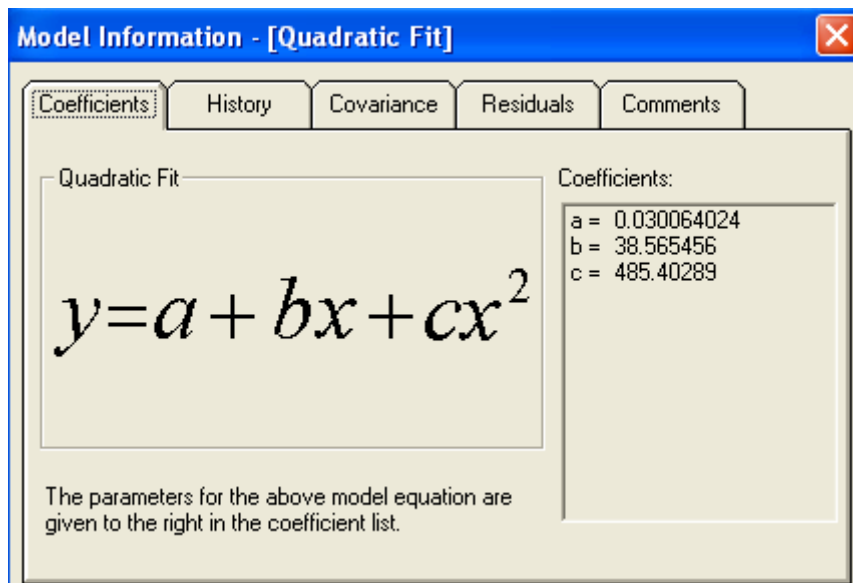


Fig. 6.8. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.030 + 38.56x + 485.4x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 485.4 \Rightarrow g_1 = 2c = 970.8 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow 9.780 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r_d} = \frac{1 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} \cdot 100 = 5\%$$

$$E_{r_t} = \frac{0.001 \text{ s}}{0.194 \text{ s}} \cdot 100 = 0.5\%$$

$$E_{r_{TOTAL}} = E_{r_d} + E_{r_t} = 5 + 0.5 = 5.5\%$$

$$5.5 = \frac{\Delta g}{9.780} \cdot 100 \Rightarrow \Delta g = \pm 0.5 \text{ m/s}^2$$

Amb aquests càlculs s'ha determinat que els resultats obtinguts en aquest experiment s'han d'expressar només amb una xifra decimal. Per tant: $g_1 = 9.8 \text{ m/s}^2$.

Mesura II

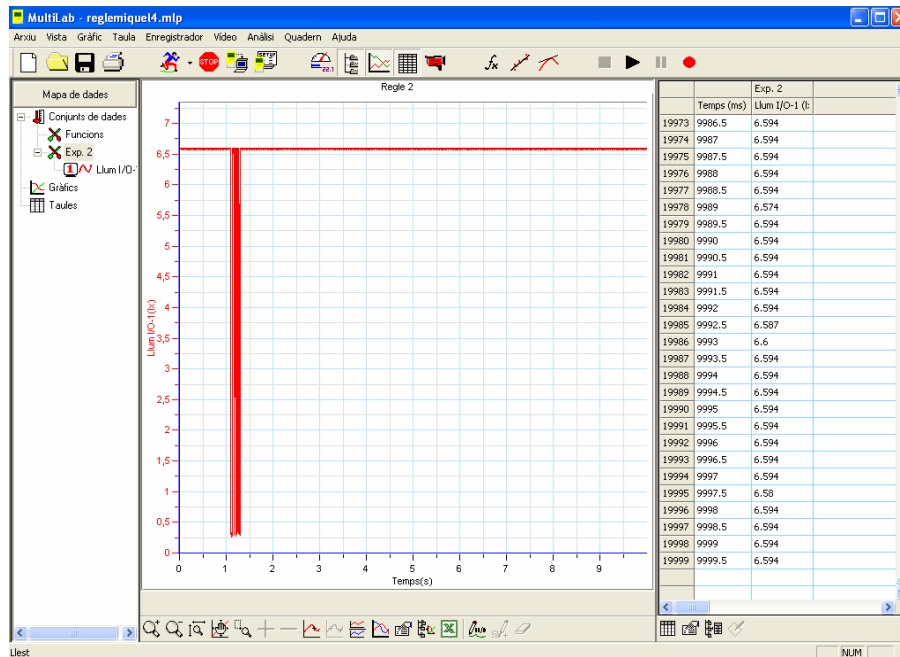


Fig. 6.9. Dades obtingudes amb el MultiLab

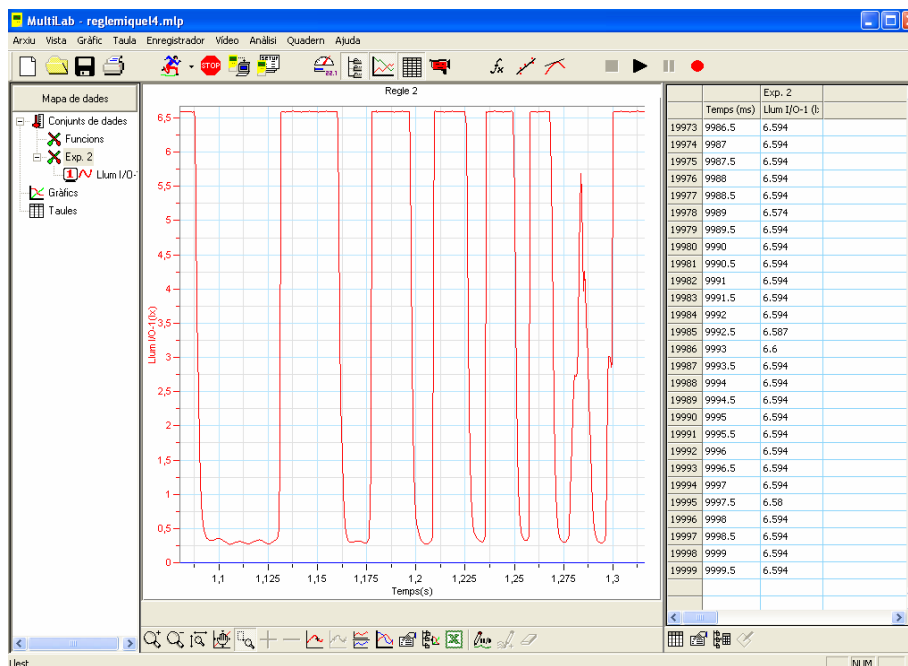


Fig. 6.10. Vista ampliada de les dades obtingudes

Temps (s)	Espai (cm)
0	0
0.044	2
0.072	4
0.090	6
0.109	8
0.122	10
0.138	12
0.148	14
0.162	16
0.170	18
0.180	20

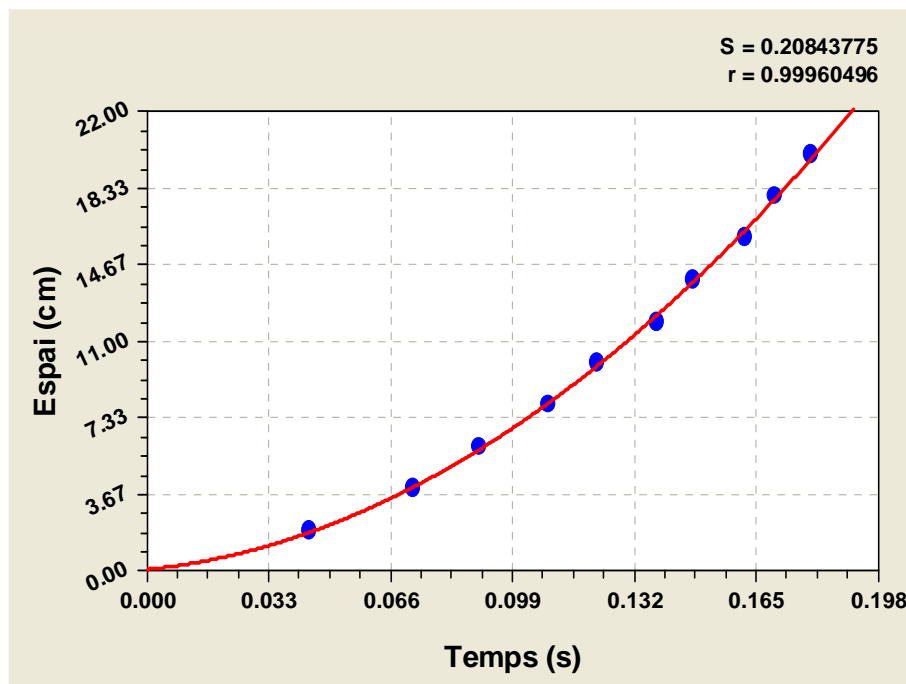


Fig. 6.11. Gràfic espai-temps de la segona mesura

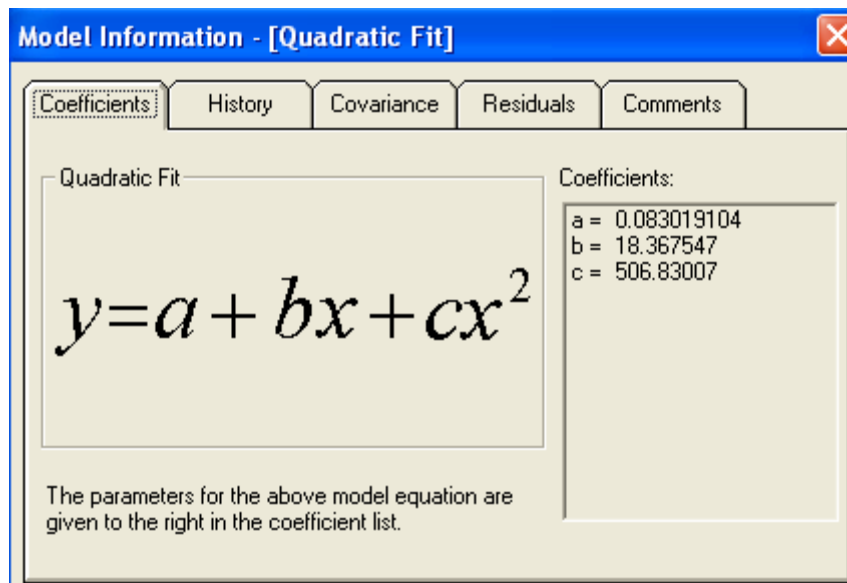


Fig. 6.12. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.083 + 18.37x + 506.8x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 506.8 \Rightarrow g_2 = 2c = 1013.6 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow \mathbf{10.1 \text{ m/s}^2}$$

Mesura III

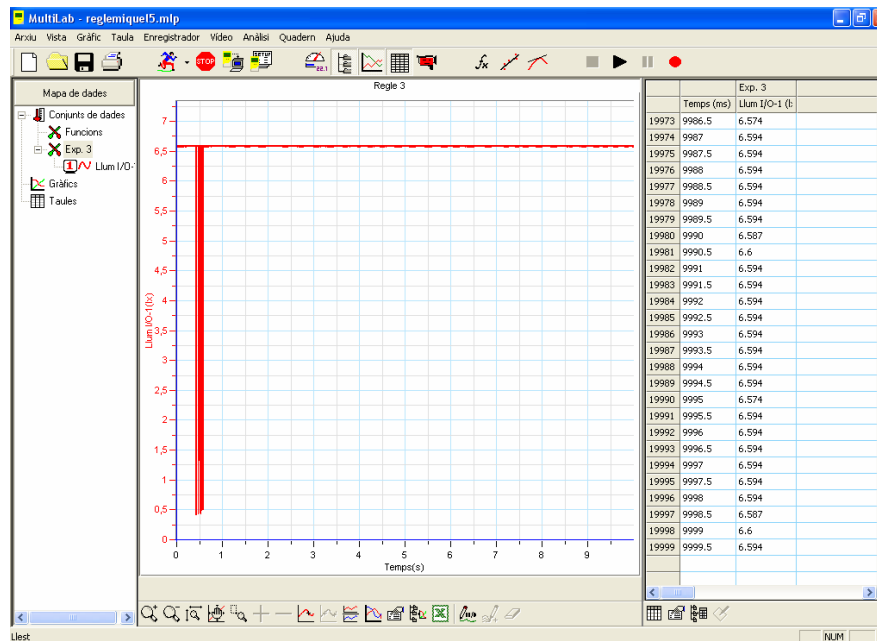


Fig. 6.13. Dades obtingudes amb el MultiLab

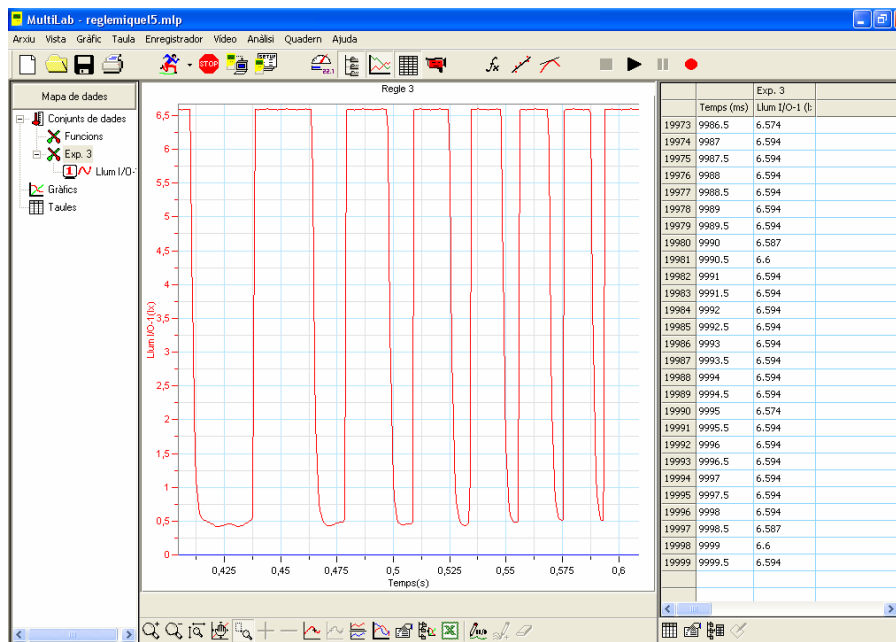


Fig. 6.14. Vista ampliada de les dades obtingudes

Temps (s)	Espai (cm)
0	0
0.029	2
0.054	4
0.070	6
0.088	8
0.100	10
0.115	12
0.125	14
0.138	16
0.146	18
0.159	20
0.167	22
0.177	24
0.185	26

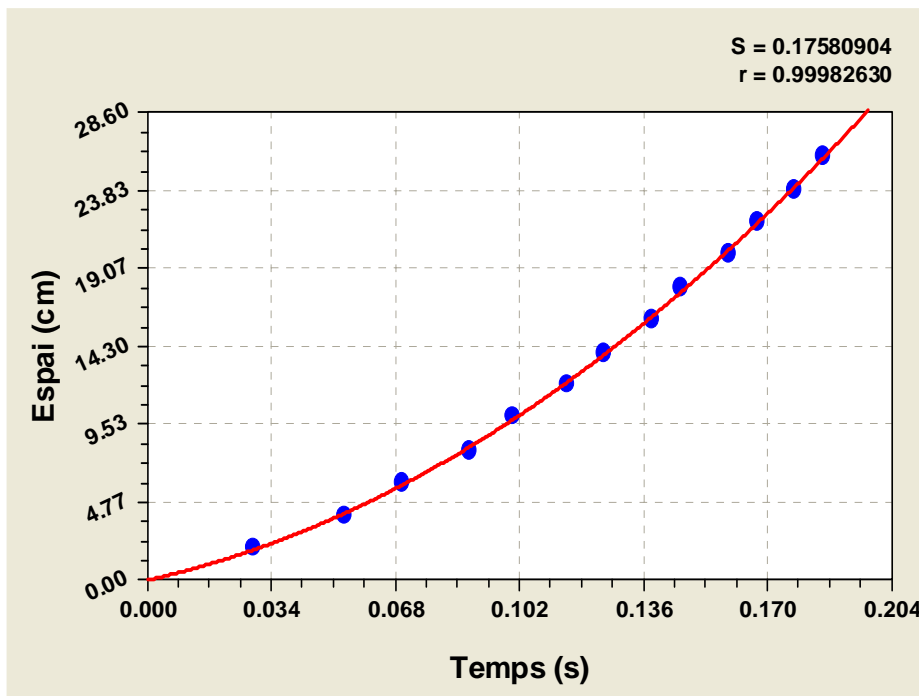


Fig. 6.15. Gràfic espai-temps de la tercera mesura

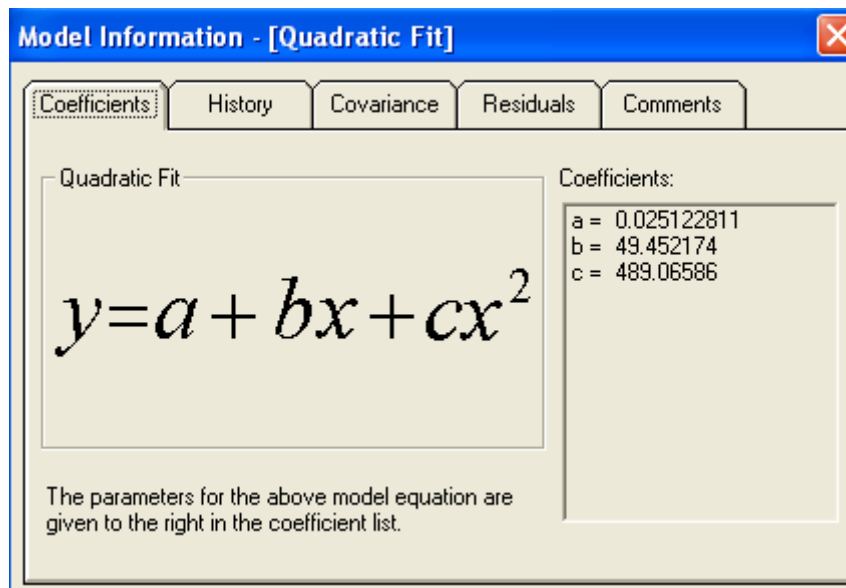


Fig. 6.16. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.025 + 49.45x + 489.1x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 489.1 \Rightarrow g_3 = 2c = 978.2 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow \mathbf{9.8m/s^2}$$

Mesura IV

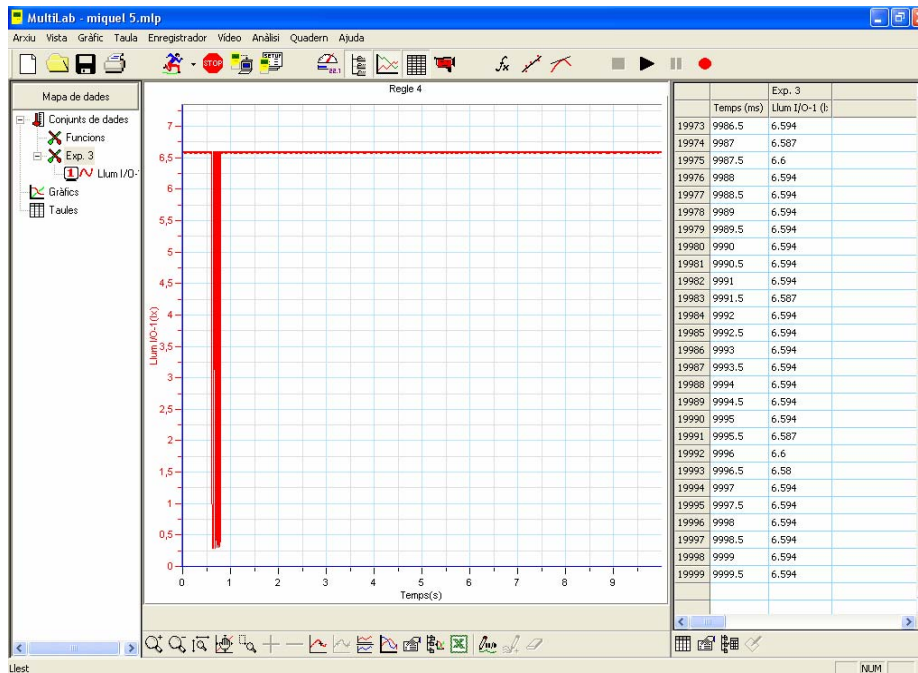


Fig. 6.17. Dades obtingudes amb el MultiLab

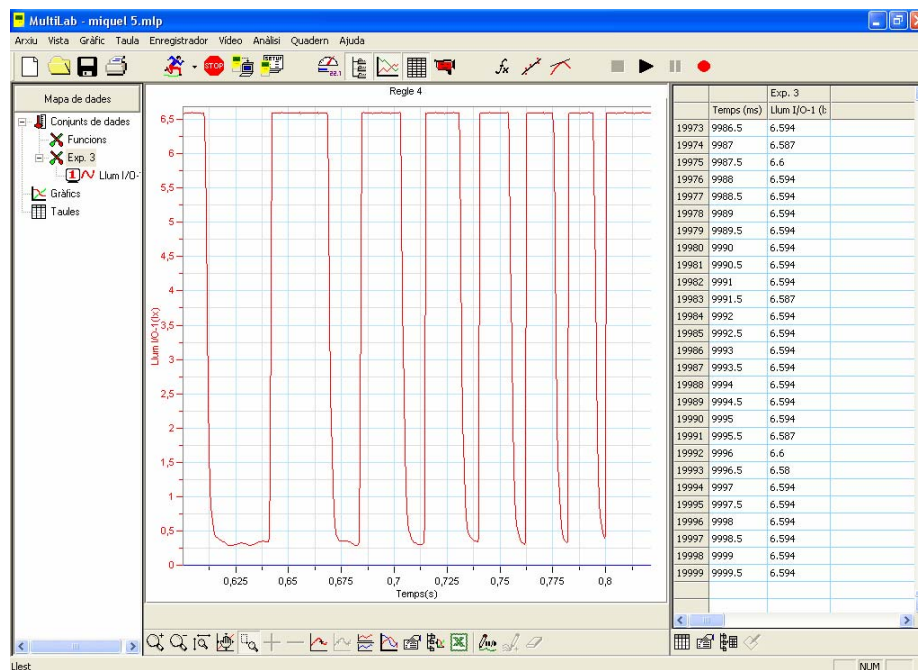


Fig. 6.18. Vista ampliada de les dades obtingudes

Temps (s)	Espai (cm)
0	0
0.032	2
0.058	4
0.074	6
0.093	8
0.105	10
0.120	12
0.130	14
0.144	16
0.153	18
0.165	20
0.173	22
0.184	24
0.190	26

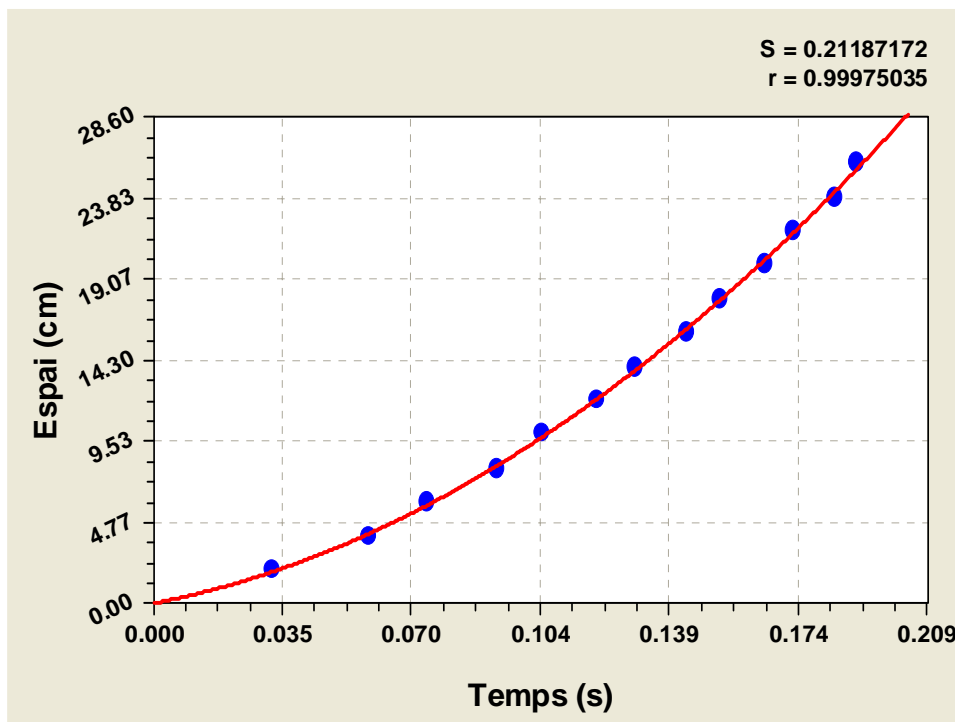


Fig. 6.19. Gràfic espai-temps de la quarta mesura

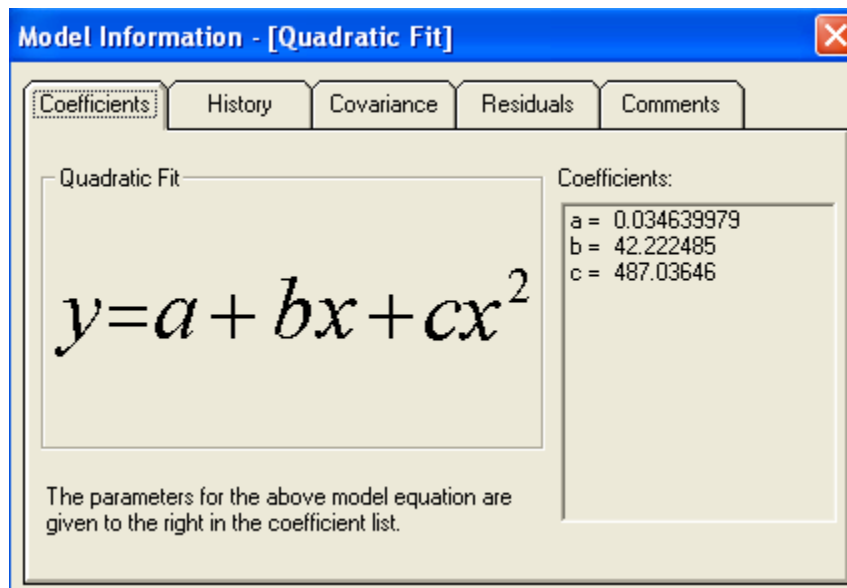


Fig. 6.20. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.035 + 42.22x + 487.0x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 487.0 \Rightarrow g_4 = 2c = 974.0 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow \mathbf{9.7 \text{ m/s}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{9.8 + 10.1 + 9.8 + 9.7}{4} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$d_1 = |9.8 - 9.8| = 0.0 \text{ m/s}^2$$

$$d_2 = |10.1 - 9.8| = 0.3 \text{ m/s}^2$$

$$d_3 = |9.8 - 9.8| = 0.0 \text{ m/s}^2$$

$$d_4 = |9.7 - 9.8| = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{d} = \frac{0.0 + 0.3 + 0.0 + 0.1}{4} = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{x} \cdot 100$$

$$E_{r\%1} = \frac{0.0}{9.8} \cdot 100 = 0.0 \%$$

$$E_{r\%2} = \frac{0.3}{9.8} \cdot 100 = 3.1 \%$$

$$E_{r\%3} = \frac{0.0}{9.8} \cdot 100 = 0.0 \%$$

$$E_{r\%4} = \frac{0.1}{9.8} \cdot 100 = 1.0 \%$$

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{0.0 + 3.1 + 0.0 + 1.0}{4} = 1.0 \%$$

	Acceleració de la gravetat	d	E _r %
g_1	9.8 m/s ²	0.0 m/s ²	0.0 %
g_2	10.1 m/s ²	0.3 m/s ²	3.1 %
g_3	9.8 m/s ²	0.0 m/s ²	0.0 %
g_4	9.7 m/s ²	0.1 m/s ²	1.0 %
	$\bar{g} = 9.8 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 0.1 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 1.0 \%$

$$\mathbf{g = (9.8 \pm 0.1) \text{ m/s}^2}$$

7. Pèndul simple amb vídeo

7.1. Descripció de l'experiment

Els primers passos a seguir per a la realització d'aquest experiment són molt semblants als explicats anteriorment pel desenvolupament de l'experiment del pèndul simple, es a dir, que s'ha d'agafar un pèndul simple i en cas de que no se'n disposi de cap se n'ha de construir un. Cal recordar que els resultats seran més precisos com més llarg sigui el pèndul.

Un cop ja es tingui el pèndul preparat, la següent operació a realitzar és la de fer oscil·lar el pèndul en oscil·lacions petites, ja que del contrari el resultat seria menys precís i s'haurien d'utilitzar uns procediments més complicats.

Després de que el pèndul estigui oscil·lant el que s'ha de fer es enregistrar en vídeo mitjançant una camera digital, les oscil·lacions que realitza el pèndul.

Quan ja tinguem la filmació. el següent pas es mesurar mitjançant el programa Vidshell el que tarda el pèndul a efectuar una oscil·lació complerta, es a dir, mesurar el que tarda en realitzar un període.

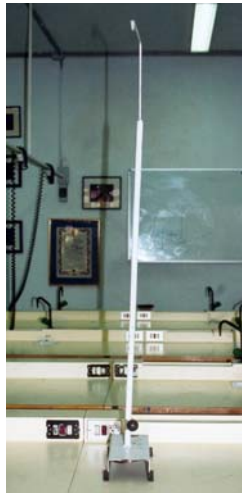
Quan ja sapiguem el temps que el pèndul triga a fer un període utilitzarem la fórmula del període d'un pèndul simple per a calcular l'acceleració de la gravetat o g .

Per a obtenir un resultat més exacte es convenient repetir aquest experiment unes quantes vegades i després fer els càlculs pertinents per tal d'expressar un únic resultat que es cenneixi el màxim possible al resultat que veritablement s'obté amb aquest mètode.

7.2. Utilitatge

Per a obtenir els resultats desitjats en el present experiment és necessari disposar d'aquest material:

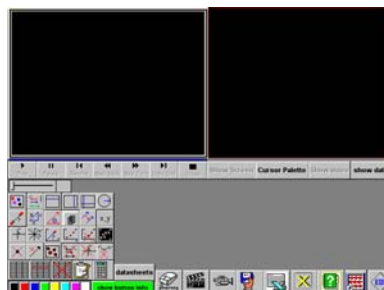
- 1 pèndul



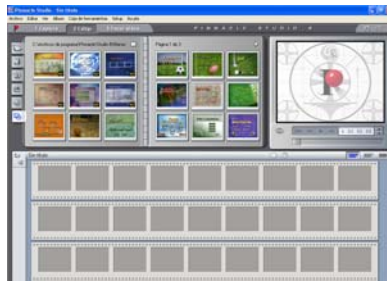
- 1 camera digital que enregistri vídeo



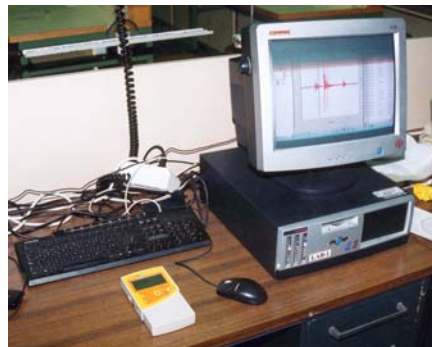
- Programari: Vidshell



- Programari: Pinnacle Studio (Serveix qualsevol altre programa d'edició de vídeo)



- 1 ordinador



7.3. Esquema

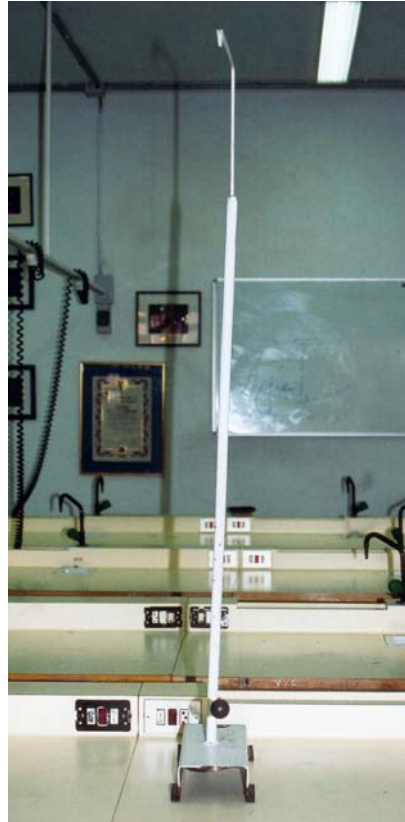


Fig. 7.1. Vista del pèndul utilitzat en l'experiment

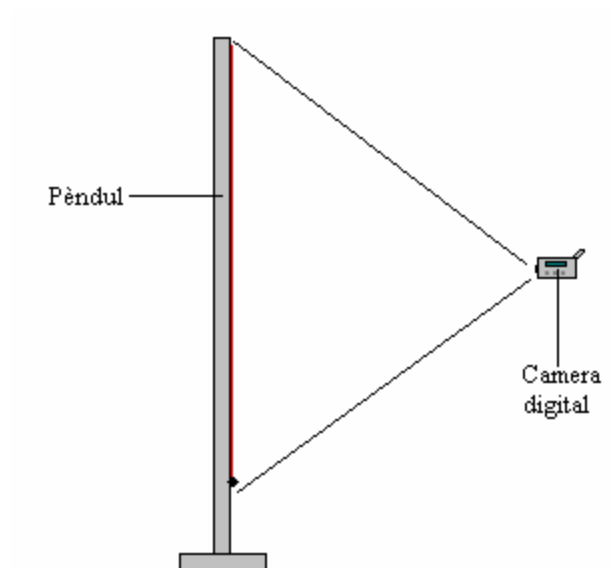


Fig. 7.2. Esquema del muntatge realitzat per a fer l'experiment

7.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió

Longitud del fil = 100.5 cm = 1.005 m

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2}$$

Mesura I

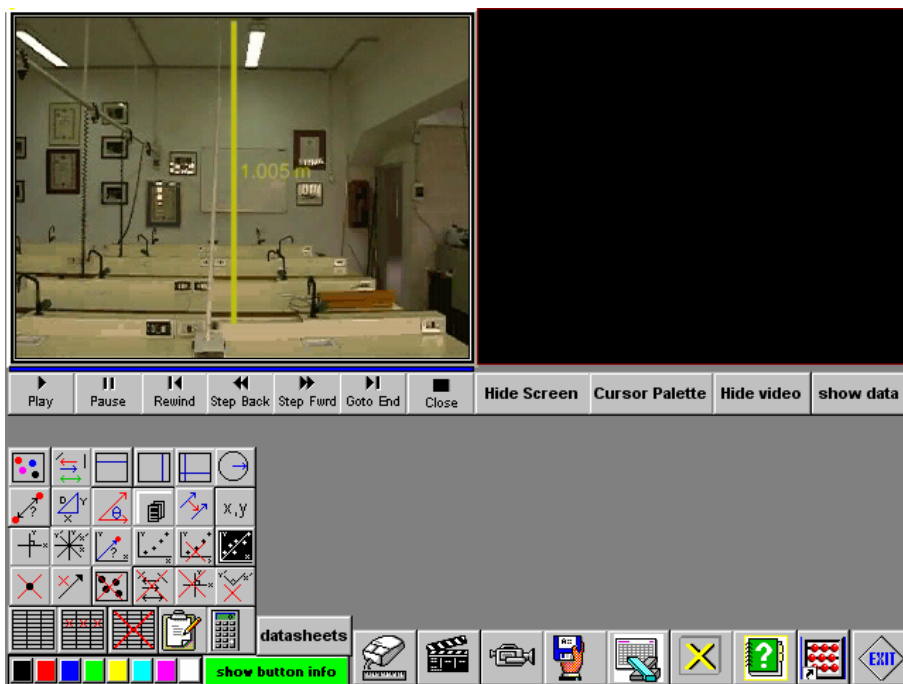


Fig. 7.3. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

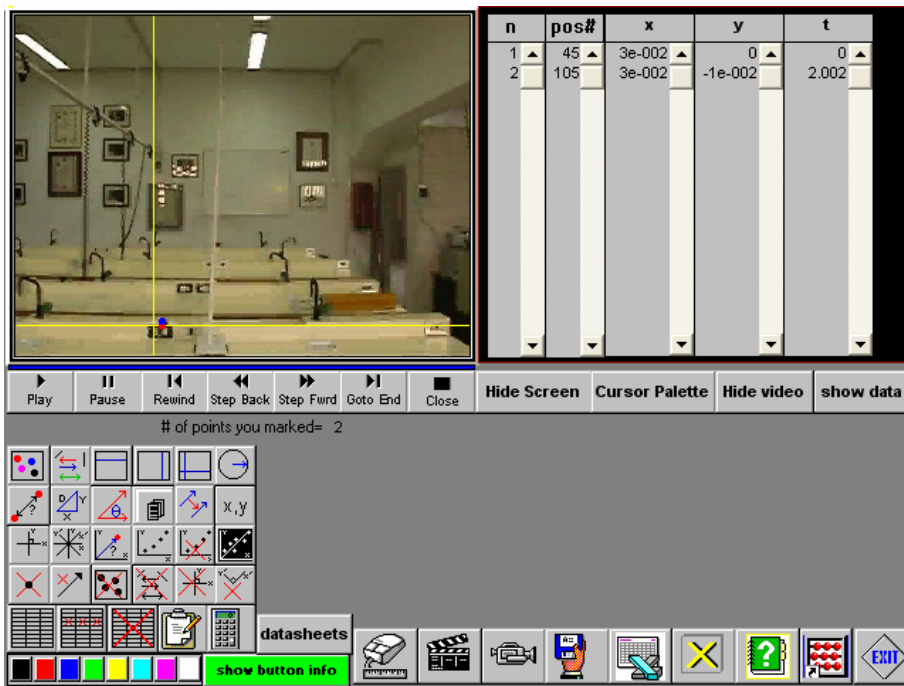


Fig. 7.4. Resultats obtinguts amb el Vidshell

$$T_1 = 2.002 \text{ s}$$

$$g_1 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.002^2} = 9.899 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r_{LONG}} = \frac{1 \text{ mm}}{1005 \text{ mm}} \cdot 100 = 0.10\%$$

$$E_{r_t} = \frac{1/29.97 \text{ s}}{2.002 \text{ s}} \cdot 100 = 1.67 \%$$

$$E_{r_{TOTAL}} = E_{r_{LONG}} + E_{r_t} = 0.10 + 1.67 = 1.77 \%$$

$$E_{r_g} = \frac{\Delta g}{9.899} \cdot 100 = 1.77 \Rightarrow \Delta g = \pm 0.17 \cong 0.1 \text{ m/s}^2$$

A partir d'aquests càlculs es dedueix que els resultats obtingut en aquest experiment hauran d'estar expressats amb una sola xifra decimal. Conseqüentment: $g_1 = 9.9 \text{ m/s}^2$.

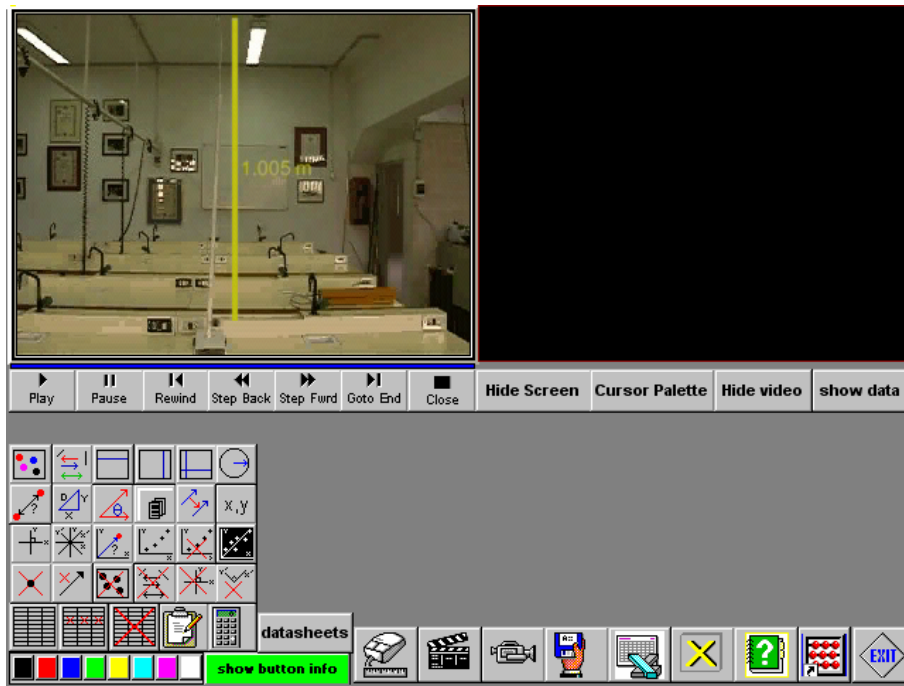


Fig. 7.5. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

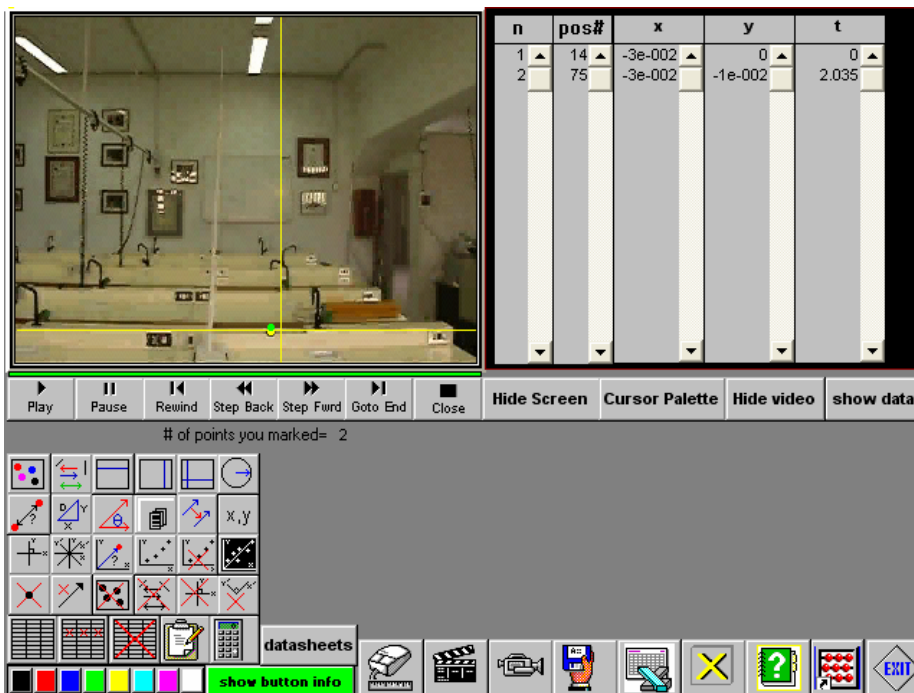


Fig. 7.6. Resultats obtinguts amb el Vidshell

$$T_2 = 2.035 \text{ s}$$

$$g_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.035^2} = 9.6 \text{ m/s}^2$$

Mesura III

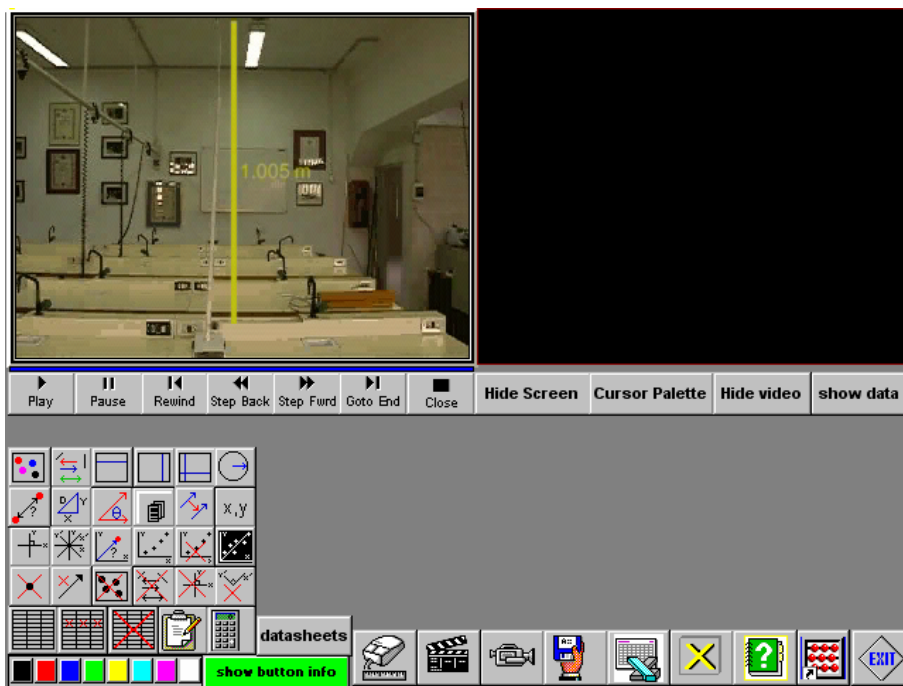


Fig. 7.7. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

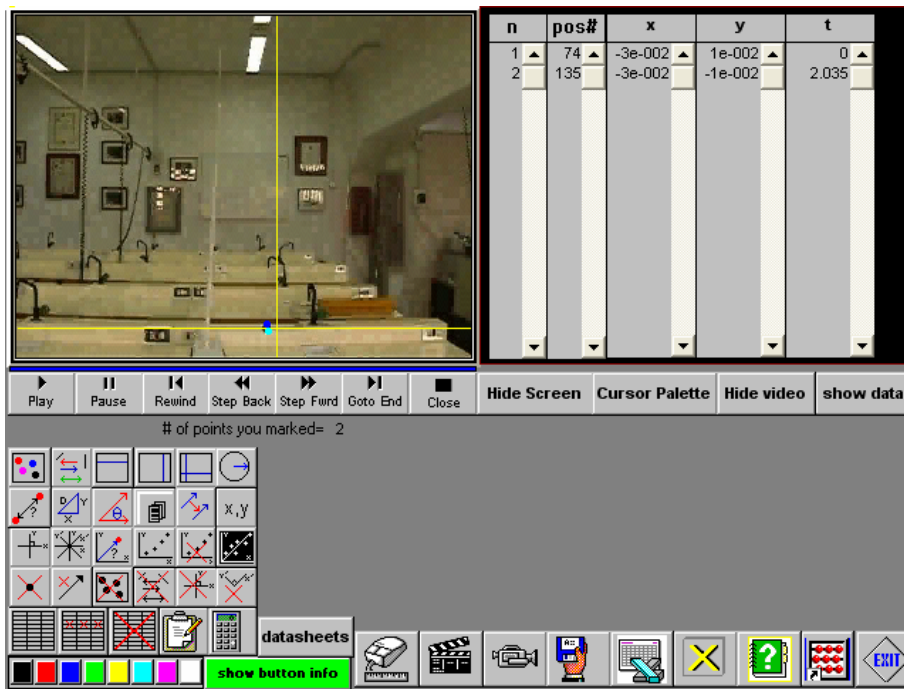


Fig. 7.8. Resultats obtinguts amb el Vidshell

$$T_3 = 2.035 \text{ s}$$

$$g_3 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.035^2} = 9.6 \text{ m/s}^2$$

Mesura IV

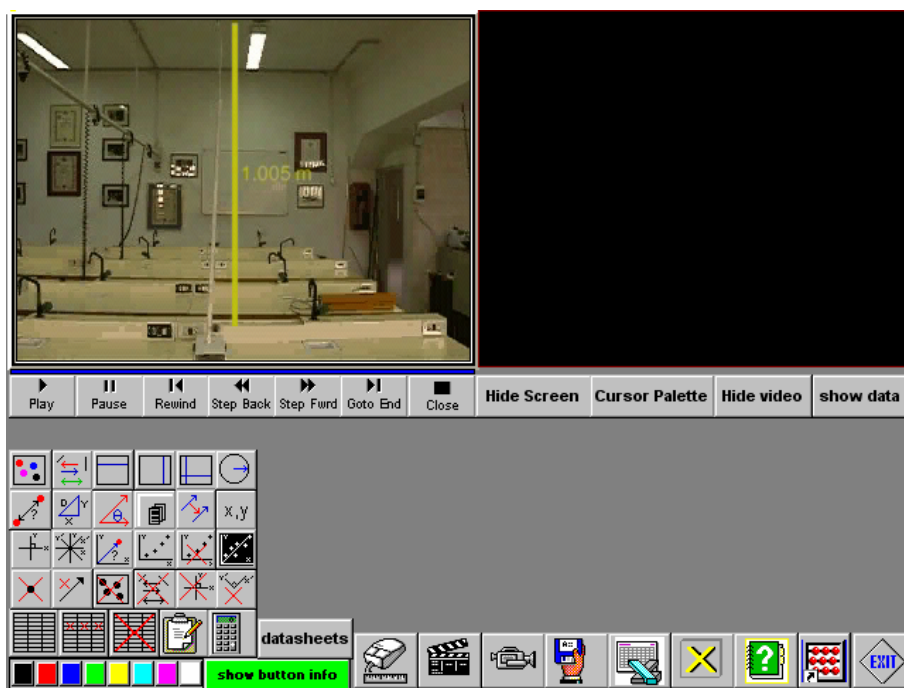


Fig. 7.9. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

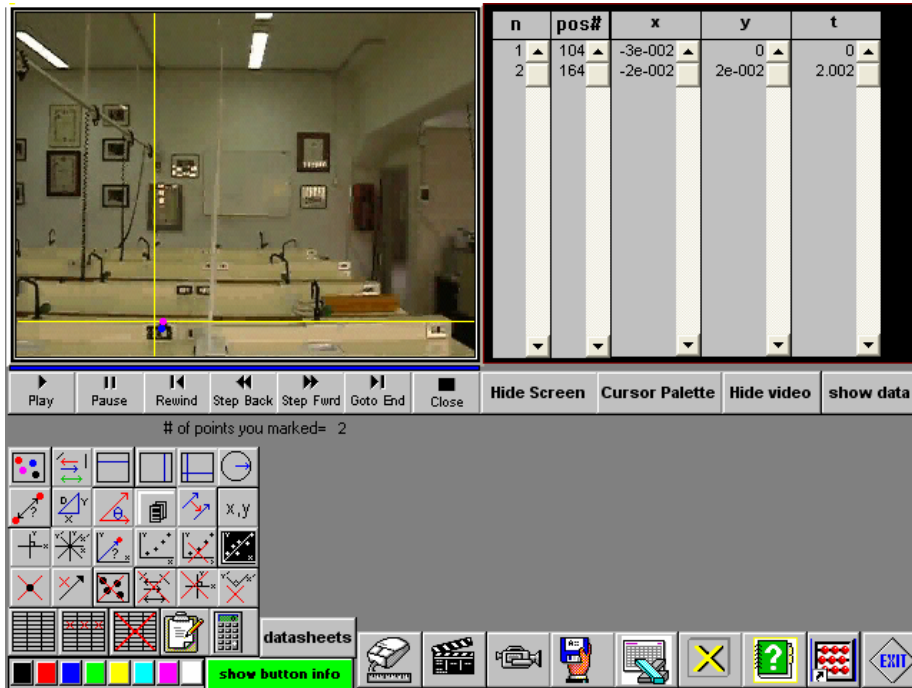


Fig. 7.10. Resultats obtinguts amb el Vidshell

$$T_4 = 2.002 \text{ s}$$

$$g_4 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1.005}{2.002^2} = 9.9 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{9.9 + 9.6 + 9.6 + 9.9}{4} = 9.7 \text{ m/s}^2$$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$d_1 = |9.9 - 9.7| = 0.2 \text{ m/s}^2$$

$$d_2 = |9.6 - 9.7| = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$d_3 = |9.6 - 9.7| = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$d_4 = |9.9 - 9.7| = 0.2 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{d} = \frac{0.2 + 0.1 + 0.1 + 0.2}{4} = 0.1 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$E_{r\%_1} = \frac{0.2}{9.7} \cdot 100 = 2.1 \%$$

$$E_{r\%_2} = \frac{0.1}{9.7} \cdot 100 = 1.0 \%$$

$$E_{r\%_3} = \frac{0.1}{9.7} \cdot 100 = 1.0 \%$$

$$E_{r\%_4} = \frac{0.2}{9.7} \cdot 100 = 2.1 \%$$

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{2.1 + 1.0 + 1.0 + 2.1}{4} = 1.5 \%$$

Mesura	Acceleració de la gravetat	d	E _r %
1	9.9 m/s ²	0.2 m/s ²	2.1 %
2	9.6 m/s ²	0.1 m/s ²	1.0 %
3	9.6 m/s ²	0.1 m/s ²	1.0 %
4	9.9 m/s ²	0.2 m/s ²	2.1 %
	$\bar{g} = 9.7 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 0.1 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 1.5 \%$

$$\mathbf{g = (9.7 \pm 0.1) \text{ m/s}^2}$$

8. Sensor posició

8.1. Descripció de l'experiment

Per a la realització d'aquest experiment primerament s'han de muntar tots els estris necessaris per a la captació de les dades experimentals, i per tant, imprescindibles per a la realització de l'experiment.

En la realització del muntatge la primera i més important operació a realitzar és la de col·locar el sensor de posició. Aquest ha d'estar encarat de tal forma que el sensor miri cap avall i ha d'estar el més alt possible, ja que així captarà més dades i el resultat serà més precís.

Un cop ja estigui el sensor muntat, hem d'endollar el sensor a la interfície del MultiLog, a la vegada que aquesta està connectada a l'ordinador.

Després d'això, hem d'encendre el programa MultiLab i configurar-lo per tal de poder començar a prendre mesures i realitzar l'experiment. Les condicions de treball que s'han d'introduir són les següents:

Condicions de treball	
Velocitat d'adquisició de dades	25 mesures/s
Temps d'adquisició de dades	4 s
Sensor de posició	Rang: 0.4 – 10 m

Tot i que pugui semblar que aquesta velocitat d'adquisició és molt lenta comparada amb les utilitzades anteriorment, és la que s'ha d'emprar amb el sensor posició, ja que com que aquest funciona com un radar, si la velocitat fos més elevada les ones que emet el sensor no tindrien temps d'anar fins a l'objecte a mesurar i a tornar al sensor.

Quan ja haguem finalitzat el procés de configuració del MultiLab, l'operació següent és la de donar l'ordre al programa per a que comenci a captar dades i seguidament deixar caure de la forma més vertical possible, ja que del contrari els resultats estaran distorsionats, l'objecte a mesurar. Aquest objecte ha de ser una esfera gran (en aquest experiment s'ha fet servir una pilota de bàsquet) ja que del contrari el sensor no pot

captar bé la posició de l'objecte que estudiem. La pilota s'ha de llençar a partir d'una distància aproximadament de mig metre inferior al sensor, ja que del contrari estarà fora de rang d'abast del sensor i aquest no mesurarà el començament de la caiguda.

Un cop ja tinguem les dades representades en el MultiLab, ajustarem la distància recorreguda per la pilota a una paràbola i comparant la fórmula del moviment rectilini uniformement accelerat amb la de la paràbola determinarem el valor de l'acceleració de la gravetat.

Es convenient repetir aquest experiment 4 o 5 vegades més i després realitzar els càlculs globals pertinents, per tal de donar el resultat més veraç possible.

8.2. Utilitatge

Per a poder realitzar l'experiment tal com s'ha explicat anteriorment i per tal d'obtenir els resultats desitjats, es necessari disposar del següent material:

- 1 interfície del MultiLog.



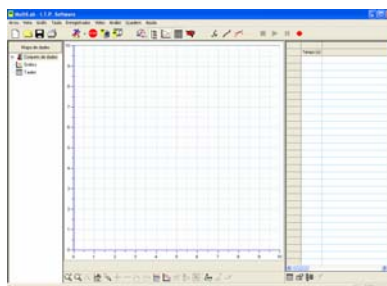
- 1 sensor de posició (rang: 0.4 – 10 m)



- 1 pilota de bàsquet.



- Programari: MultiLab.



- 1 ordinador



8.3. Esquema



Fig. 8.1. Vista de la pilota abans de ser llençada



Fig. 8.2. Vista del muntatge realitzat per a fer l'experiment.

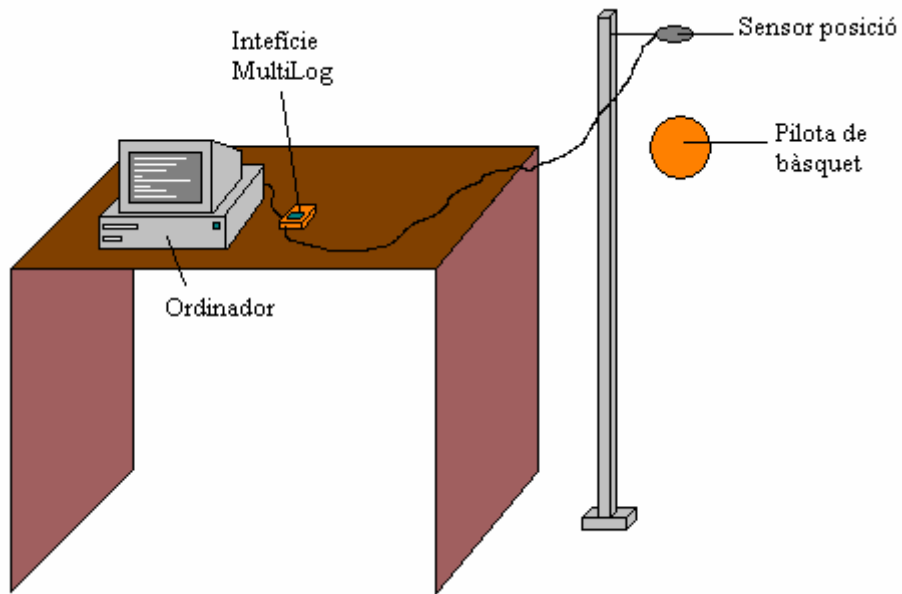


Fig. 8.3. Dibuix del muntatge realitzat

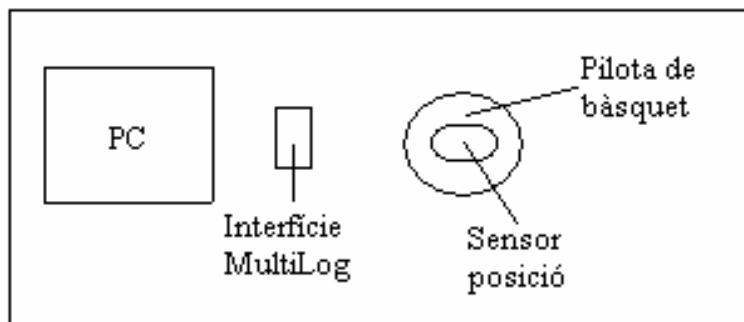


Fig. 8.4. Esquema del muntatge realitzat

8.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió

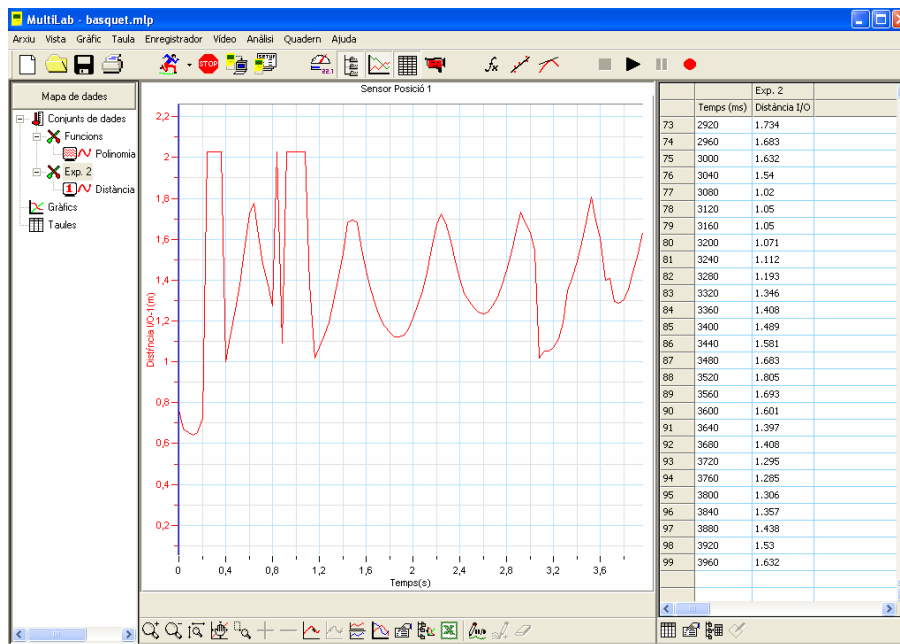


Fig. 8.5. Dades obtingudes amb el MultiLab en la primera mesura

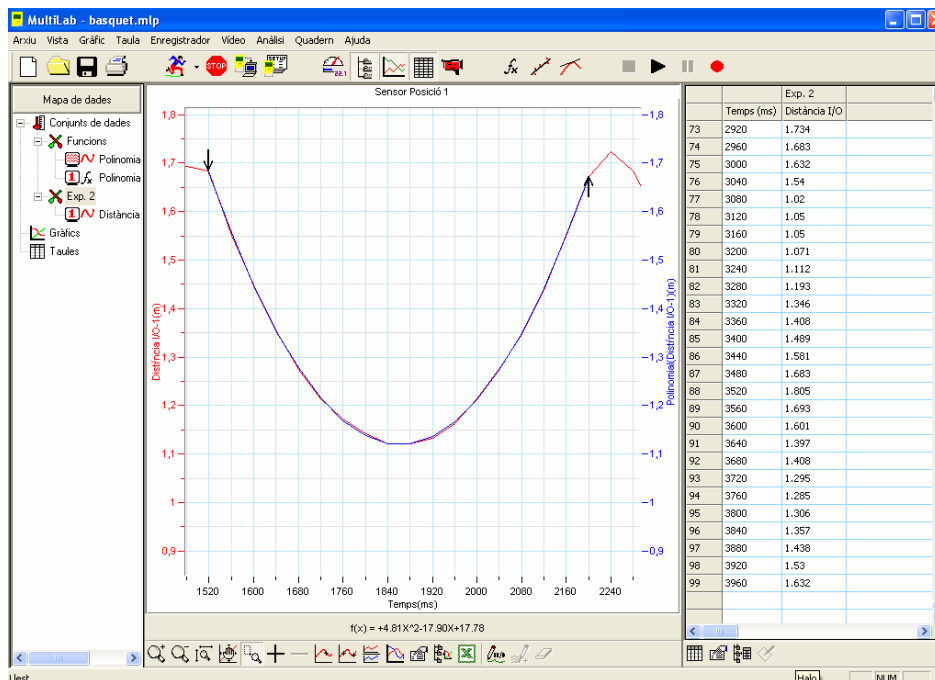


Fig. 8.6. Vista ampliada de les dades obtingudes en la primera mesura

Si s'ajusta el gràfic distància-temps a una funció quadràtica s'obté:

$$f_{(x)} = 17.78 - 17.90x + 4.81x^2$$

Si es te en comte que una funció quadràtica té la forma $f_{(x)} = a + bx + cx^2$ i es compara aquesta funció amb l'equació $y = y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$, s'obté:

$$c = \frac{g}{2} = 4.81 \Rightarrow g_1 = 2c = \mathbf{9.62 \text{ m/s}^2}$$

$$E_{r_{\text{DISTÀNCIA}}} = \frac{0.001 \text{ m}}{1.632 \text{ m}} \cdot 100 = 0.06 \%$$

$$E_{r_t} = \frac{1 \text{ ms}}{3960 \text{ ms}} \cdot 100 = 0.03 \%$$

$$E_{r_{\text{TOTAL}}} = E_{r_{\text{DISTÀNCIA}}} + E_{r_t} = 0.06 + 0.03 = 0.09 \%$$

$$E_{r_g} = \frac{\Delta g}{9.62} \cdot 100 = 0.09 \Rightarrow \Delta g = \pm 0.008 \cong \pm 0.01 \text{ m/s}^2$$

Aquests càlculs ens permeten saber que el resultat de l'acceleració de la gravetat s'ha d'expressar amb dues xifres decimals. Per tant, el resultat de g_1 expressat anteriorment ja està de forma correcta.

Mesura II

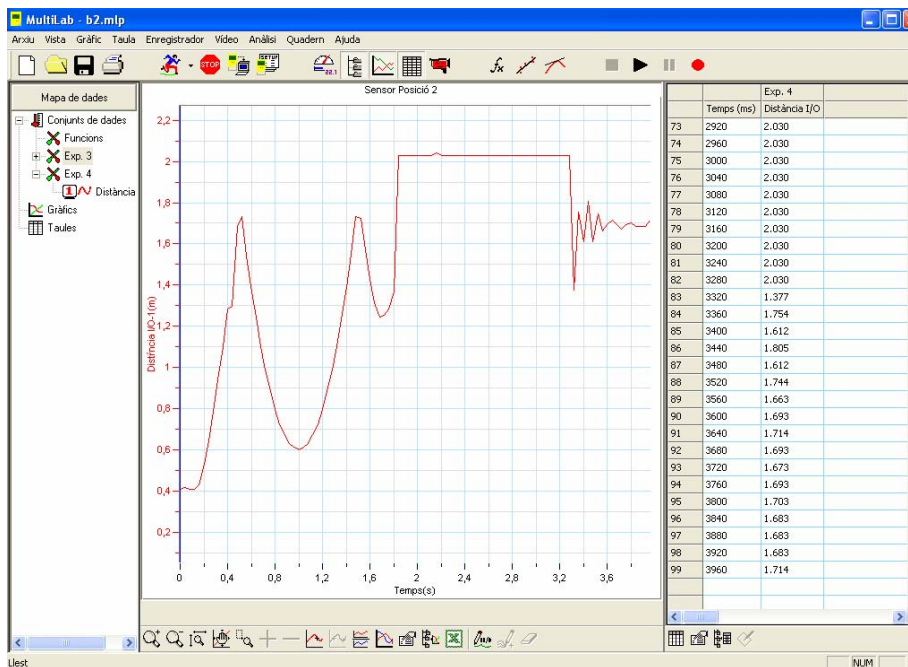


Fig. 8.7. Dades obtingudes amb el MultiLab en la segona mesura

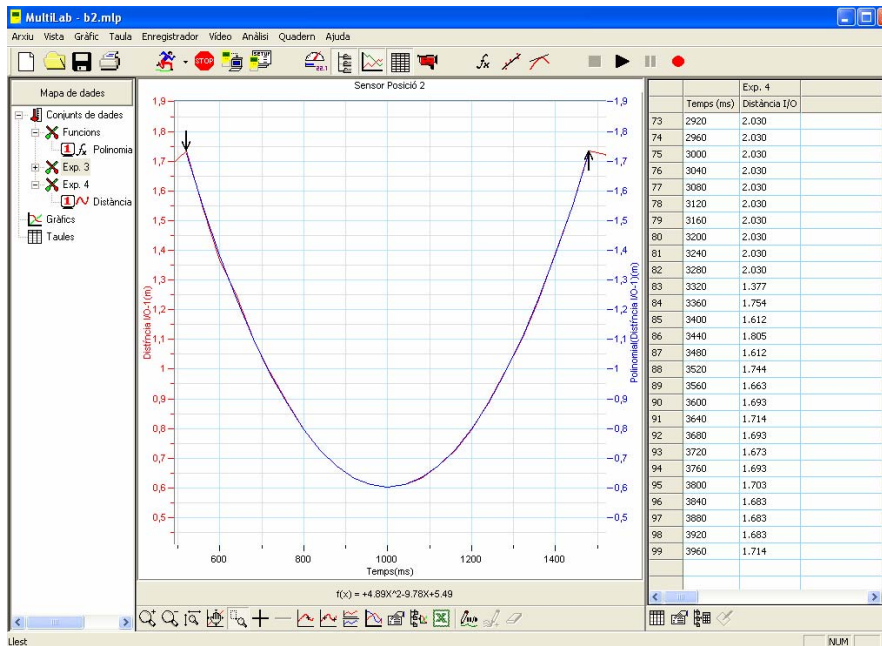


Fig. 8.8. Vista ampliada de les dades obtingudes en la segona mesura

Si s'ajusta el gràfic distància-temps a una funció quadràtica s'obté:

$$f_{(x)} = 5.49 - 9.78x + 4.89x^2$$

Si es té en compte que una funció quadràtica té la forma $f_{(x)} = a + bx + cx^2$ i es compara aquesta funció amb l'equació $y = y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$, s'obté:

$$c = \frac{g}{2} = 4.89 \Rightarrow g_2 = 2c = 9.78 \text{ m/s}^2$$

Mesura III

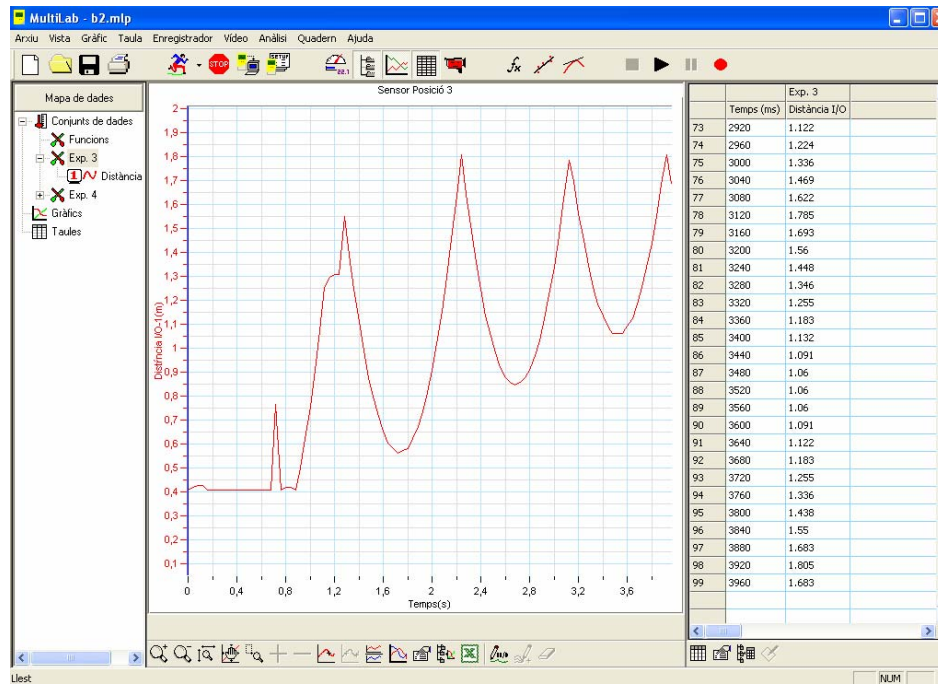


Fig. 8.9. Dades obtingudes amb el MultiLab en la tercera mesura

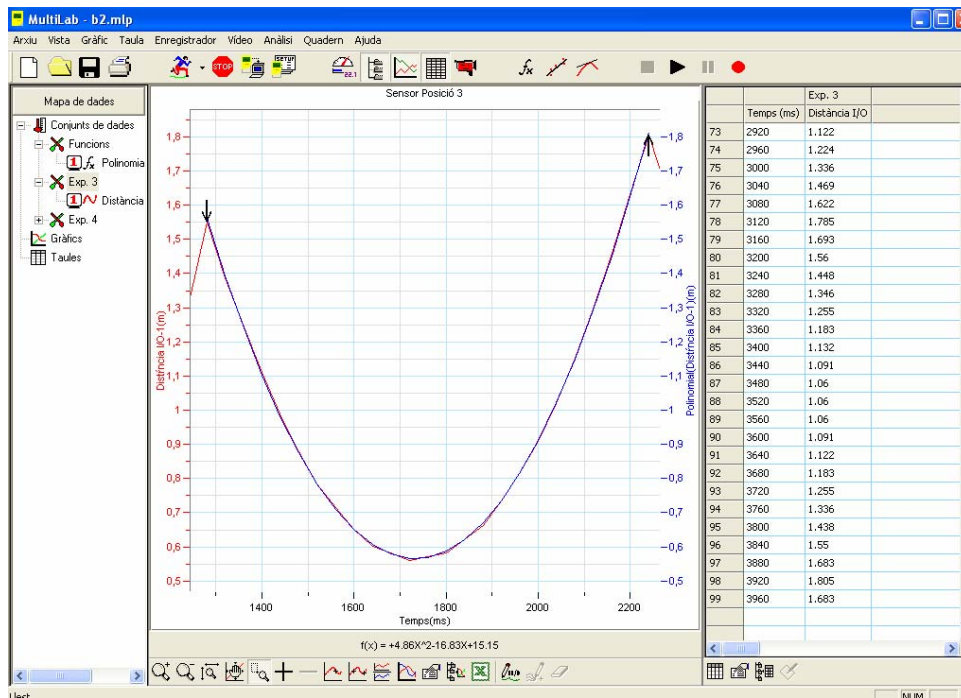


Fig. 8.10. Vista ampliada de les dades obtingudes en la tercera mesura

Si s'ajusta el gràfic distància-temps a una funció quadràtica s'obté:

$$f_{(x)} = 15.15 - 16.83x + 4.86x^2$$

Si es té en compte que una funció quadràtica té la forma $f_{(x)} = a + bx + cx^2$ i es compara aquesta funció amb l'equació $y = y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$, s'obté:

$$c = \frac{g}{2} = 4.86 \Rightarrow g_3 = 2c = 9.72 \text{ m/s}^2$$

Mesura IV

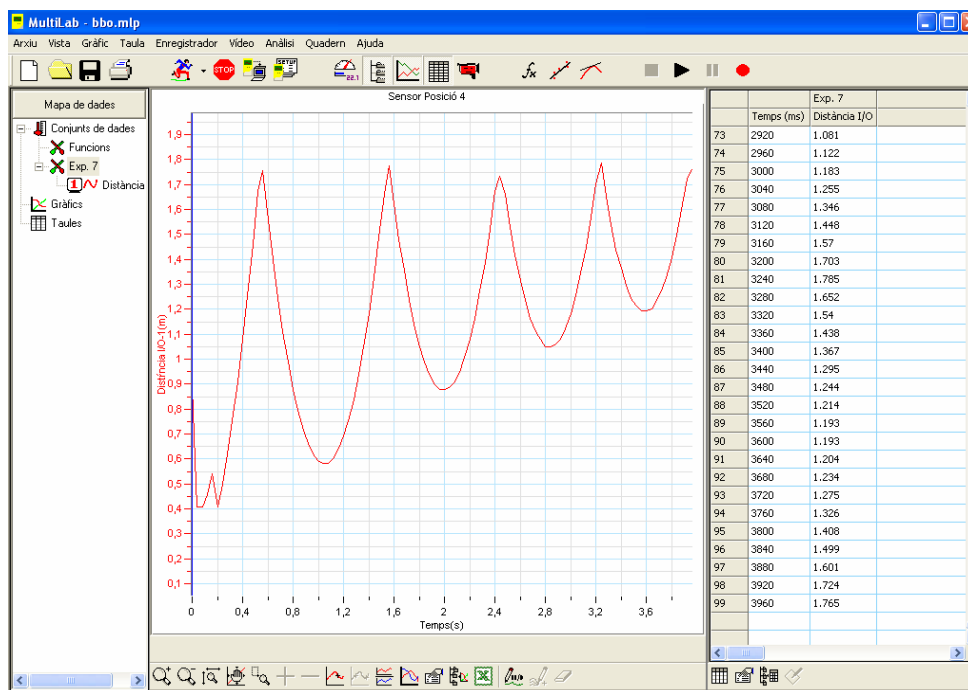


Fig. 8.11. Dades obtingudes amb el MultiLab en la quarta mesura

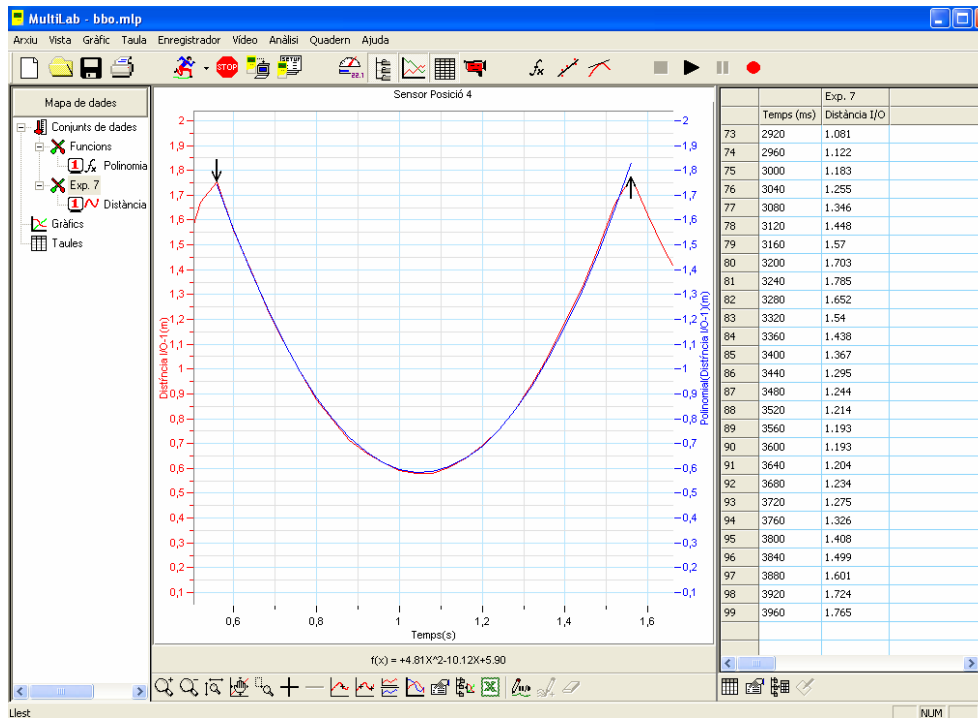


Fig. 8.12. Vista ampliada de les dades obtingudes en la quarta mesura

Si s'ajusta el gràfic distància-temps a una funció quadràtica s'obté:

$$f_{(x)} = 5.90 - 10.12x + 4.81x^2$$

Si es té en compte que una funció quadràtica té la forma $f_{(x)} = a + bx + cx^2$ i es compara aquesta funció amb l'equació $y = y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$, s'obté:

$$c = \frac{g}{2} = 4.81 \Rightarrow g_4 = 2c = \mathbf{9.62 \text{ m/s}^2}$$

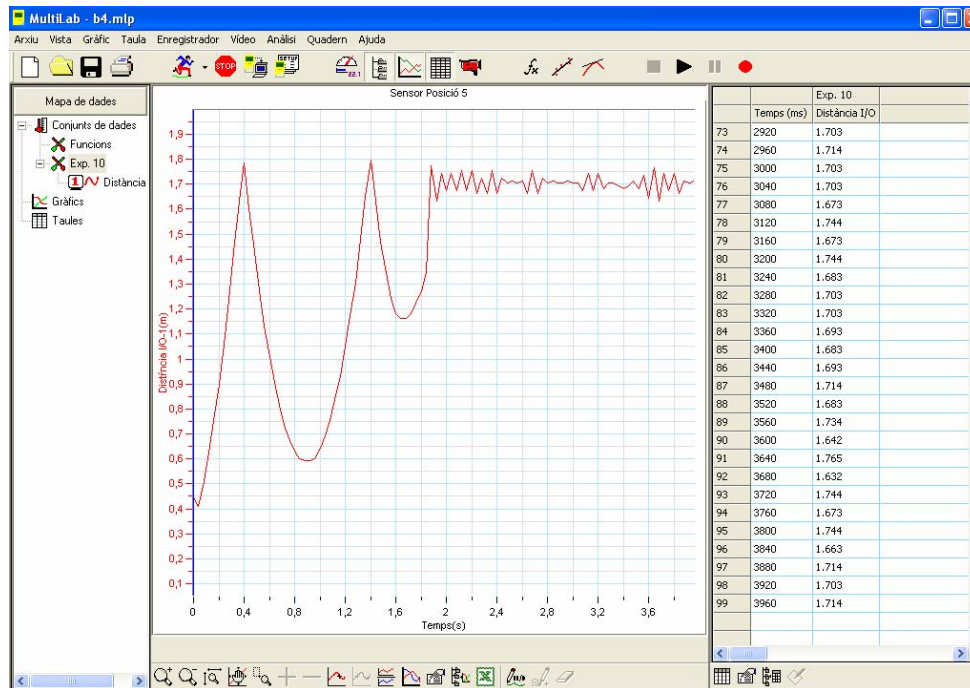


Fig. 8.13. Dades obtingudes en la cinquena mesura

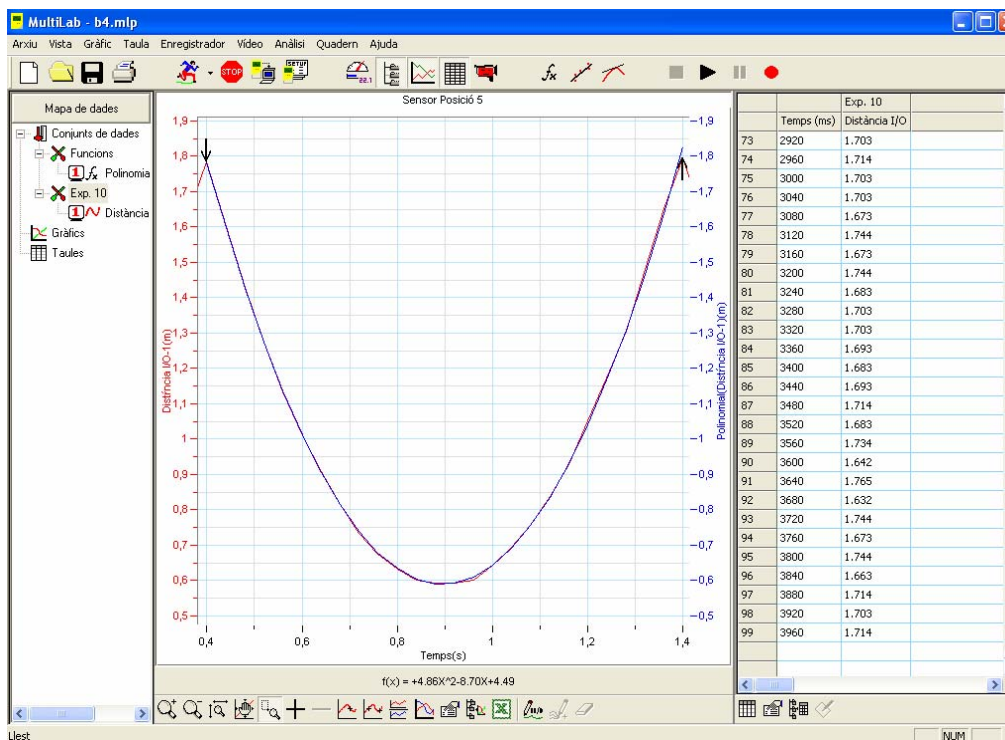


Fig. 8.14. Vista ampliada de les dades obtingudes amb el MultiLab en la cinquena mesura

Si s'ajusta el gràfic distància-temps a una funció quadràtica s'obté:

$$f_{(x)} = 4.49 - 8.70x + 4.86x^2$$

Si es te en comte que una funció quadràtica té la forma $f_{(x)} = a + bx + cx^2$ i es compara aquesta funció amb l'equació $y = y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$, s'obté:

$$c = \frac{g}{2} = 4.86 \Rightarrow g_s = 2c = 9.72 \text{ m/s}^2$$

Mesura VI

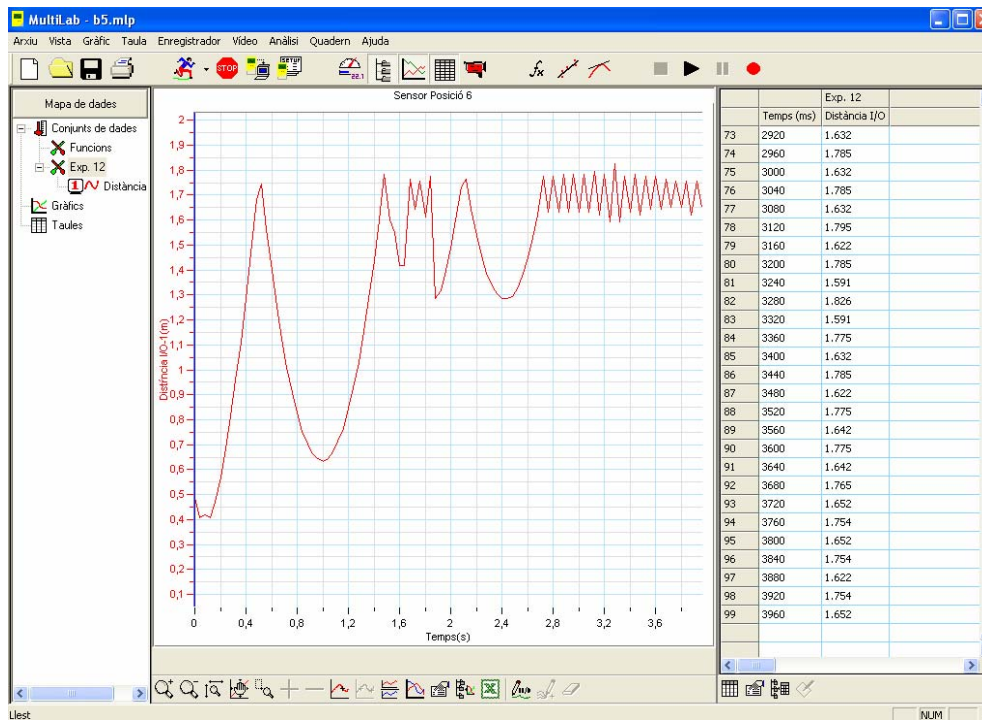


Fig. 8.15. Dades obtingudes en la sisena mesura

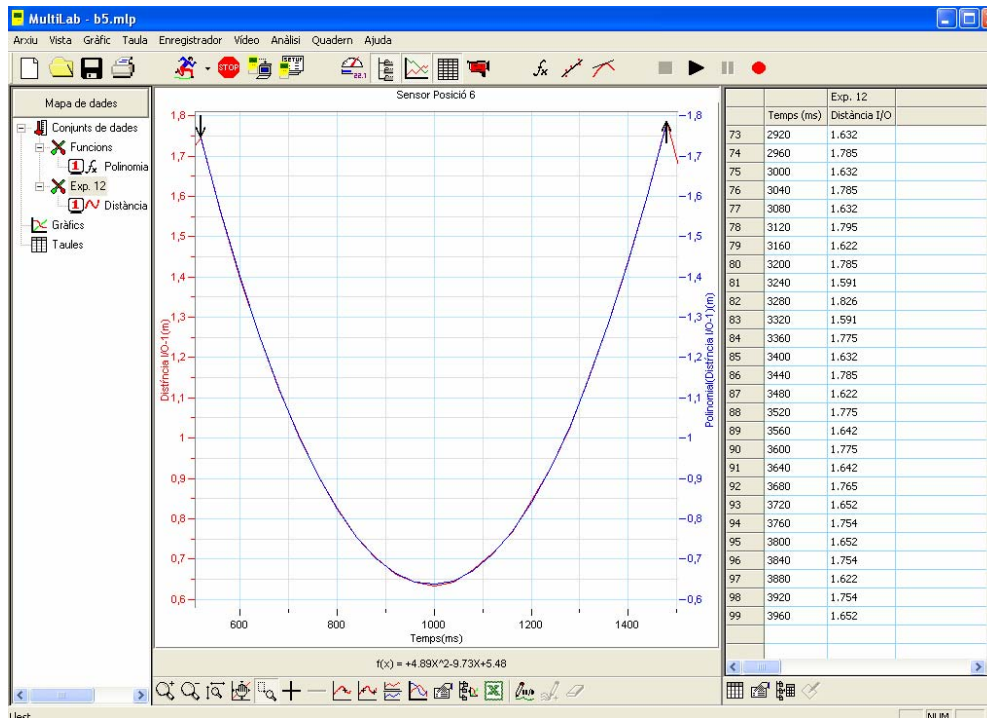


Fig. 8.16. Vista ampliada de les dades obtingudes amb el MultiLab en la sisena mesura

Si s'ajusta el gràfic distància-temps a una funció quadràtica s'obté:

$$f_{(x)} = 5.48 - 9.73x + 4.89x^2$$

Si es té en compte que una funció quadràtica té la forma $f_{(x)} = a + bx + cx^2$ i es compara aquesta funció amb l'equació $y = y_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$, s'obté:

$$c = \frac{g}{2} = 4.89 \Rightarrow g_6 = 2c = \mathbf{9.78 \text{ m/s}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{9.62 + 9.78 + 9.72 + 9.62 + 9.72 + 9.78}{6} = 9.71 \text{ m/s}^2$$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$d_1 = |9.62 - 9.71| = 0.09 \text{ m/s}^2$$

$$d_2 = |9.78 - 9.71| = 0.07 \text{ m/s}^2$$

$$d_3 = |9.72 - 9.71| = 0.01 \text{ m/s}^2$$

$$d_4 = |9.62 - 9.71| = 0.09 \text{ m/s}^2$$

$$d_5 = |9.72 - 9.71| = 0.01 \text{ m/s}^2$$

$$d_6 = |9.78 - 9.71| = 0.07 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{d} = \frac{0.09 + 0.07 + 0.01 + 0.09 + 0.01 + 0.07}{6} = 0.06 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$E_{r\%_1} = \frac{0.09}{9.71} \cdot 100 = 0.93 \%$$

$$E_{r\%_2} = \frac{0.07}{9.71} \cdot 100 = 0.72 \%$$

$$E_{r\%_3} = \frac{0.01}{9.71} \cdot 100 = 0.10 \%$$

$$E_{r\%_4} = \frac{0.09}{9.71} \cdot 100 = 0.93 \%$$

$$E_{r\%_5} = \frac{0.01}{9.71} \cdot 100 = 0.10 \%$$

$$E_{r\%_6} = \frac{0.07}{9.71} \cdot 100 = 0.72 \%$$

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{0.93 + 0.72 + 0.10 + 0.93 + 0.10 + 0.72}{6} = 0.58 \%$$

Mesura	Acceleració de la gravetat	d	E _r %
1	9.62 m/s ²	0.9 m/s ²	0.93 %
2	9.78 m/s ²	0.7 m/s ²	0.72 %
3	9.72 m/s ²	0.1 m/s ²	0.10 %
4	9.62 m/s ²	0.9 m/s ²	0.93 %
5	9.78 m/s ²	0.7 m/s ²	0.72 %
6	9.72 m/s ²	0.1 m/s ²	0.10 %
	$\bar{g} = 9.71 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 0.06 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 0.58 \%$

$$\mathbf{g = (9.71 \pm 0.06) \text{ m/s}^2}$$

9. Caiguda lliure d'una bola de ferro amb vídeo

9.1. Descripció de l'experiment

Per a desenvolupar amb èxit aquest experiment la primera operació que hem de realitzar és la de muntar els estris necessaris per al seu correcte desenvolupament.

La primera cosa que hem de fer és construir una tira de paper d'1.5 m de llarg i uns 10 cm d'amplada que després ens servirà com a mesura de referència. És recomanable que un cop estigui feta, es pinti d'algun color que ressalti sobre el fons en el qual es col·locarà.

Un cop l'elaboració de la tira de paper hagi finalitzat es procedirà a enganxar-la de forma vertical en una paret, i com s'ha dit anteriorment, es important que la tira ressalti sobre el color de la paret.

Després d'això, hem d'enregistrar amb vídeo utilitzant una camera digital com deixem caure una petita bola de ferro des d'una altura d'uns 2-2.5 m. La bola l'hem de deixar caure a prop de la tira de referència construïda anteriorment, però sense estar-hi a sobre. És imprescindible que en el vídeo enregistrat aparegui la tira de referència en tota la seva totalitat, és a dir, no pot sortir tallada, ja que llavors desconixeríem la llargada que té. Una altra cosa molt important és que el vídeo ha d'estar enregistrat a una alta velocitat d'obturació, ja que com que la bola assoleix grans velocitats, si la velocitat d'obturació és molt lenta la camera no serà capaç de capturar la bola en diferents posicions i els resultats seran incorrectes. Per a evitar errors en els resultats també és molt important que la filmació de la caiguda es faci de forma completament frontal, ja que si es fa amb perspectiva les distàncies es veuen distorsionades, i per tant, els resultats també es distorsionen.

Un cop ja tinguem el vídeo enregistrat, el que farem serà editar-lo de tal forma que el vídeo només duri el temps que cau la bola, ja que del contrari després tindrem molèsties a l'hora de tractar-lo amb el Vidshell, i també hi inserirem la llargada de la tira de paper, que en aquest cas és de 1.5 m.

Després d'editar el vídeo, el que farem serà mitjançant el programa Vidshell mesurar l'espai que recorre i el temps en que ho fa la bola al caure. Es mesuraran tantes posicions diferents com es pugui per tal d'obtenir un resultat final més exacte.

Finalment, quan ja tinguem les dades espai-temps de la caiguda de la bola, les representarem gràficament amb el programa Curve Expert i després li direm que ens ajusti les dades a una paràbola. Quan ja tinguem la paràbola, compararem els coeficients d'aquesta amb la fórmula del moviment rectilini uniformement accelerat i d'aquesta forma obtindrem el valor de g .

Per tal d'obtenir un resultat més vertader, repetirem aquest experiment dos o tres vegades i tot seguit realitzarem els càlculs pertinents per a donar un únic valor que sigui més indicatiu del resultat que s'obté mesurant la gravetat amb aquest mètode.

9.2. Utilitatge

Per a poder realitzar satisfactòriament el present experiment és necessari tenir a disposició el següent material:

- 1 bola de ferro



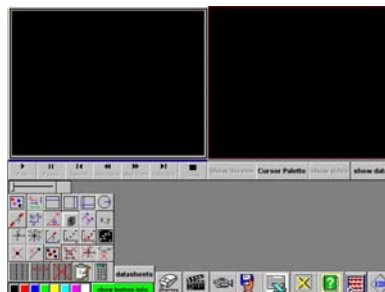
- 1 camera digital que enregistri vídeo



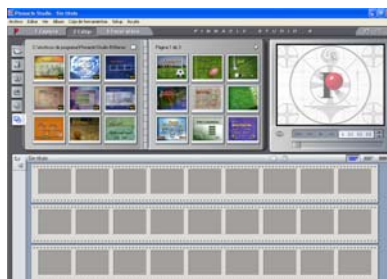
- 1 tira de paper d'1.5 m de llarg



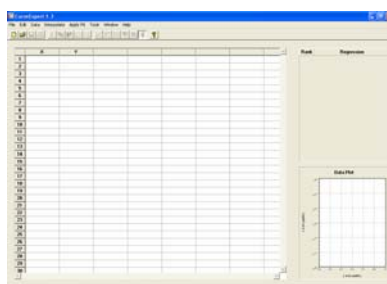
- Programari: Vidshell



- Programari: Pinnacle Studio (Serveix qualsevol altre programa d'edició de vídeo)



- Programari: Curve Expert



- 1 ordinador



9.3. Esquema



Fig. 9.1. Vista de la tira de paper



Fig. 9.2. Vista de l'experiment un instant abans de ser realitzat

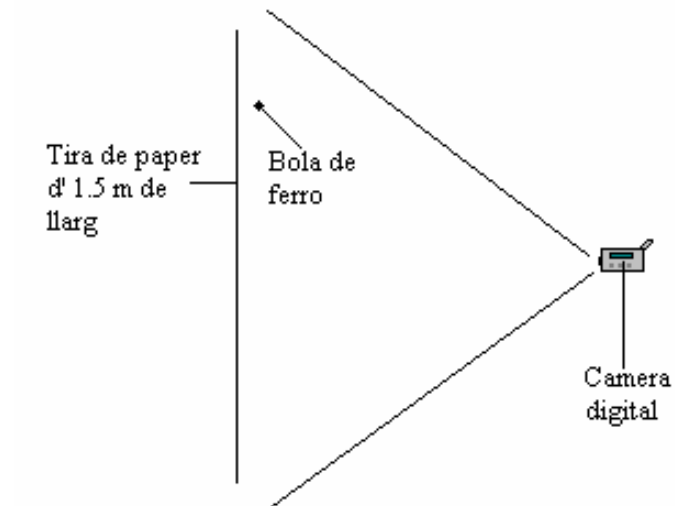


Fig. 9.3. Esquema del muntatge realitzat per aquest experiment

9.4. Resultats obtinguts, anàlisi i discussió

Mesura I

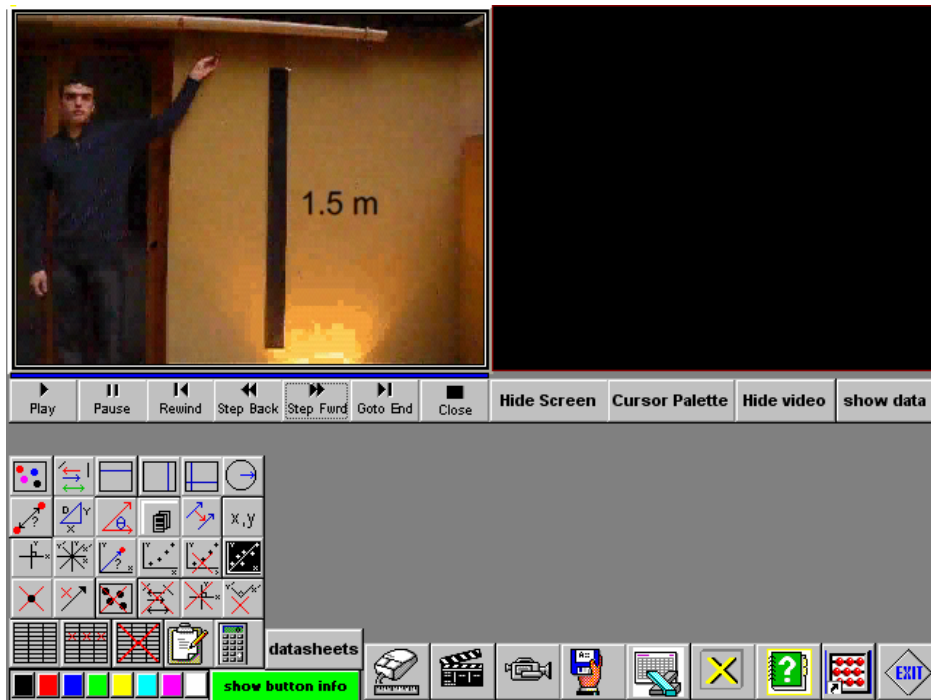


Fig. 9.4. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

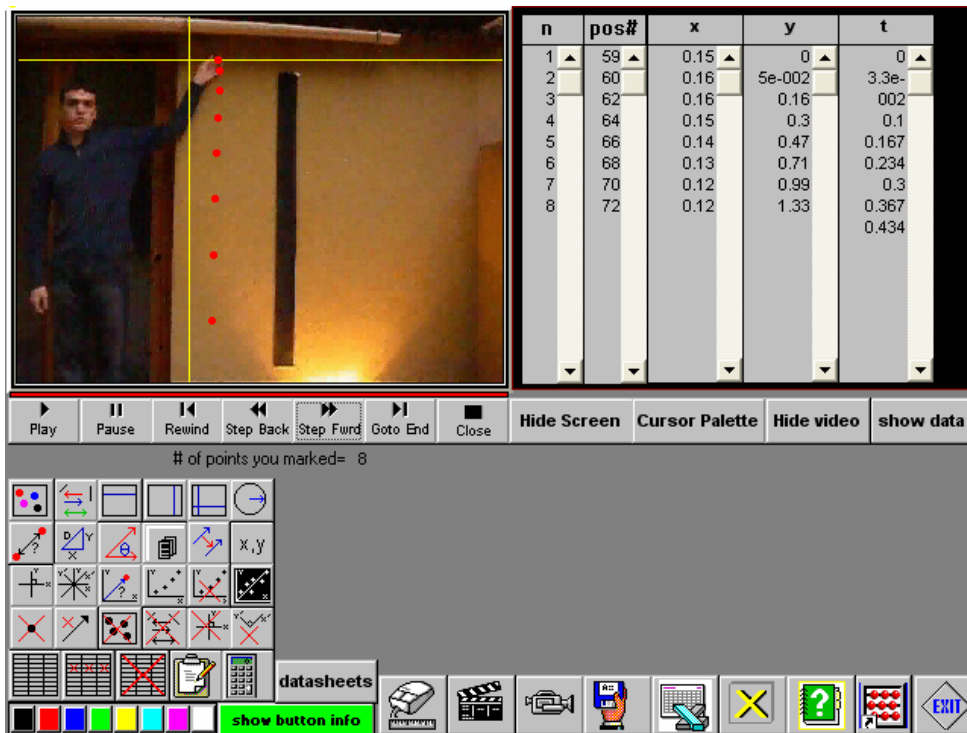


Fig. 9.5. Resultats obtinguts amb el Vidshell

Temps (s)	Espai (m)
0.000	0.00
0.033	0.05
0.100	0.16
0.167	0.30
0.234	0.47
0.300	0.71
0.367	0.99
0.434	1.33

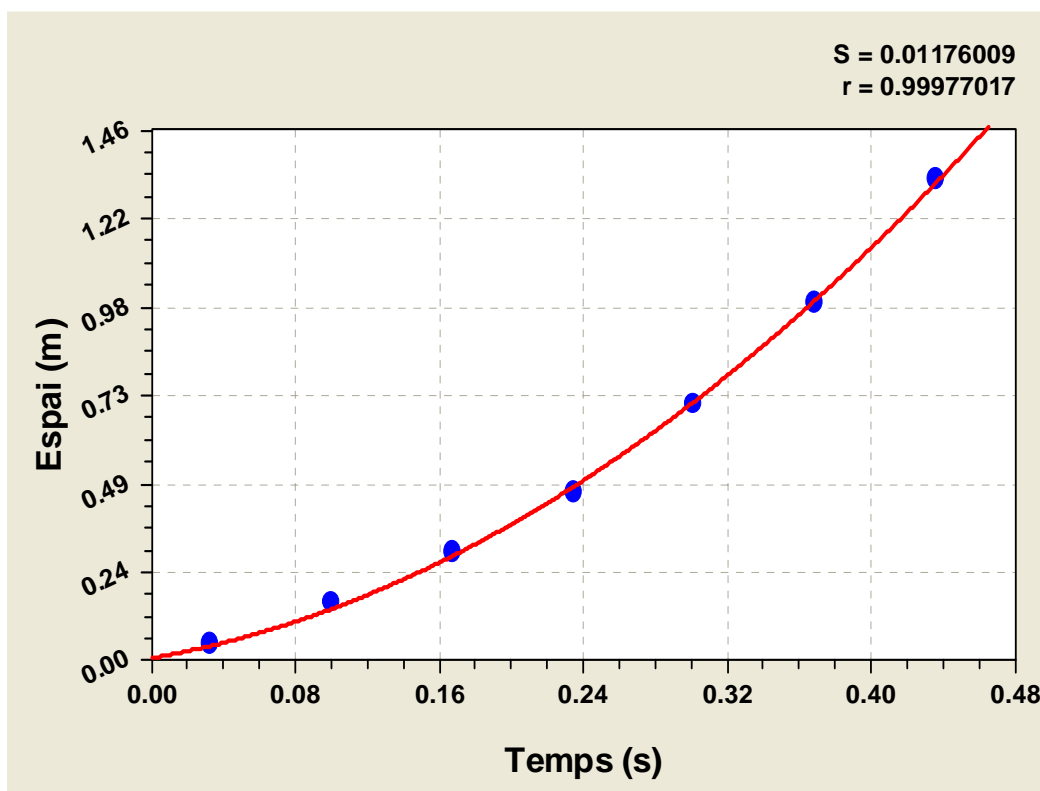


Fig. 9.6. Gràfic espai-temps de la primera mesura

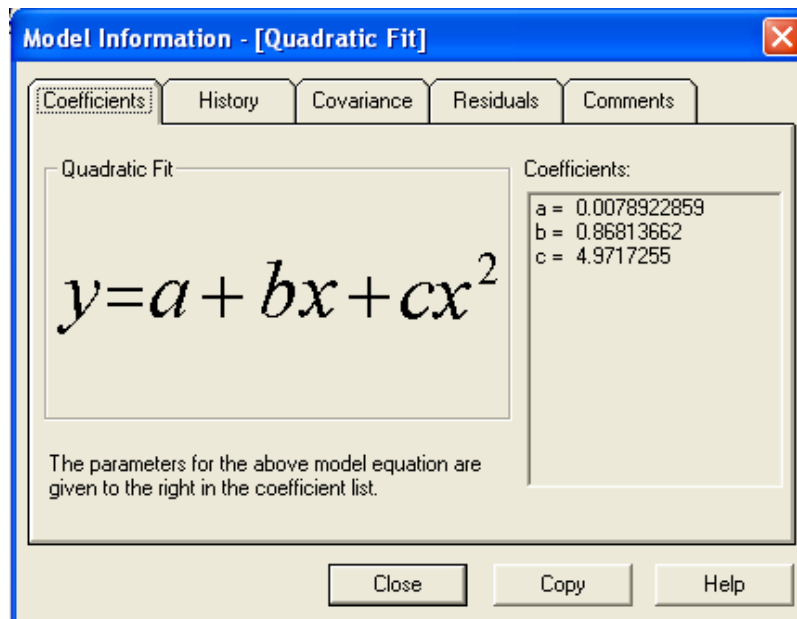


Fig. 9.7. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.008 + 0.868x + 4.972x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 4.972 \Rightarrow g_1 = 2c = 9.944 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r_t} = \frac{1/29.97 \text{ s}}{0.434 \text{ s}} \cdot 100 = 7.69 \%$$

$$E_{r_{LONG}} = \frac{1 \text{ mm}}{1500 \text{ mm}} \cdot 100 = 0.07\%$$

$$E_{r_{TOTAL}} = E_{r_{LONG}} + E_{r_t} = 0.07 + 7.69 = 7.76 \%$$

$$E_{r_g} = \frac{\Delta g}{9.944} \cdot 100 = 7.76 \Rightarrow \Delta g = \pm 0.77 \cong 1 \text{ m/s}^2$$

Aquests càlculs ens indiquen que en aquest experiment el resultat de g , a causa dels errors relatius en la mesura, s'ha d'expressar sense xifres decimals. Per tant:

$$g_1 = 10 \text{ m/s}^2$$

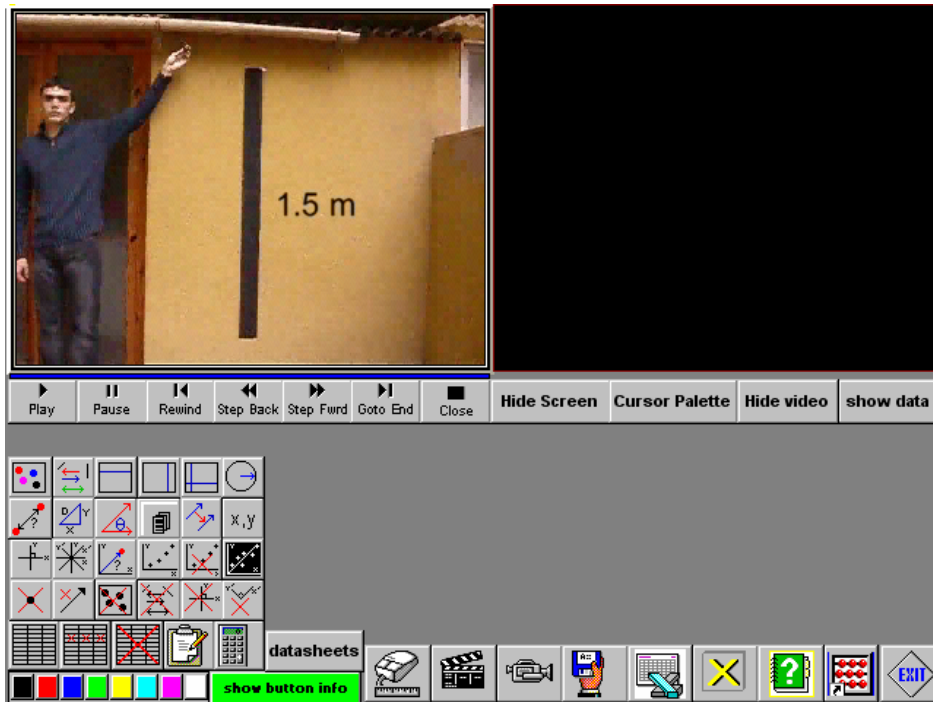


Fig. 9.8. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

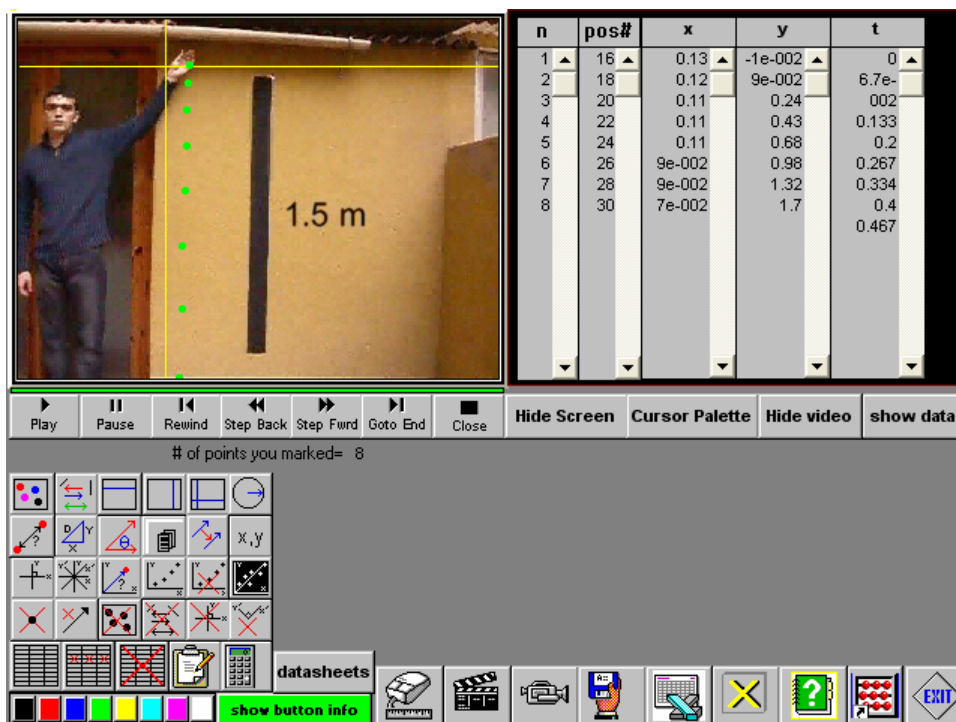


Fig. 9.9. Resultats obtinguts amb el Vidshell

Temps (s)	Espai (m)
0.000	0.00
0.067	0.09
0.133	0.24
0.200	0.43
0.267	0.68
0.334	0.98
0.400	1.32
0.467	1.70

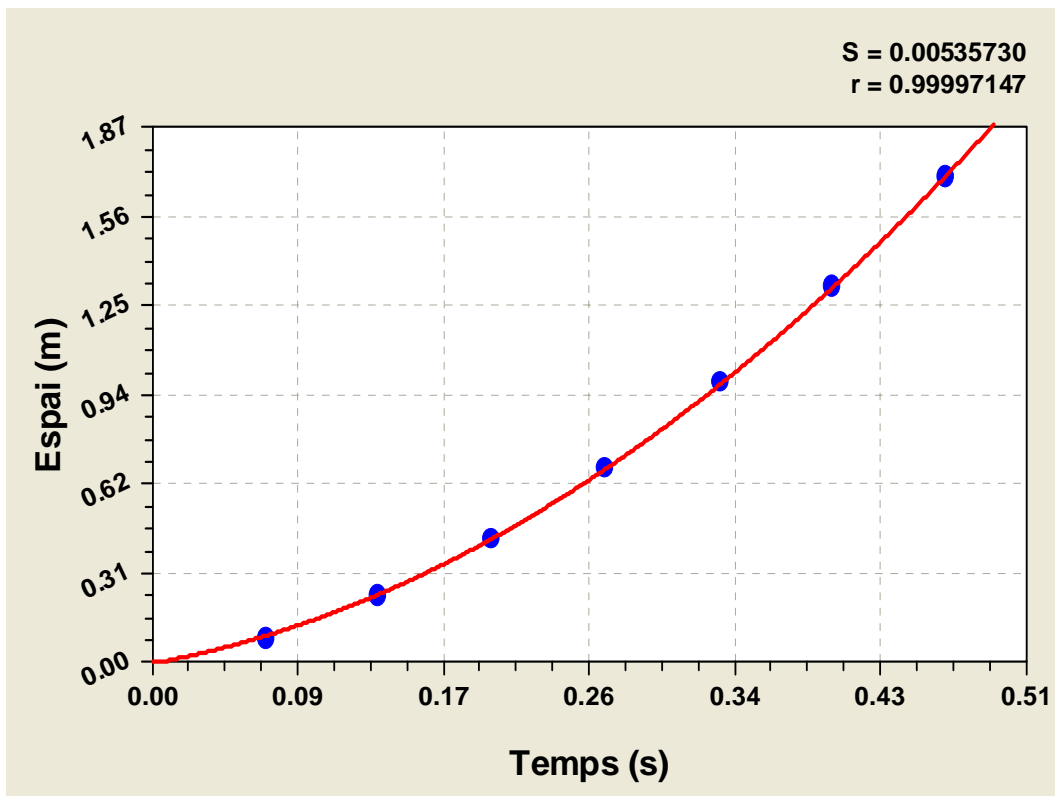


Fig. 9.10. Gràfic espai-temps dels resultats obtinguts en la segona mesura

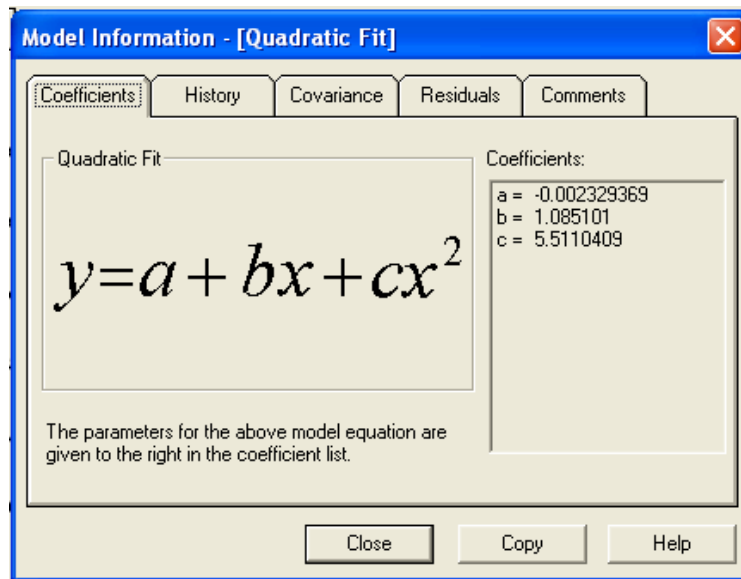


Fig. 9.11. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = -0.002 + 1.085x + 5.511x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 5.511 \Rightarrow g_2 = 2c = 11 \text{ m/s}^2$$

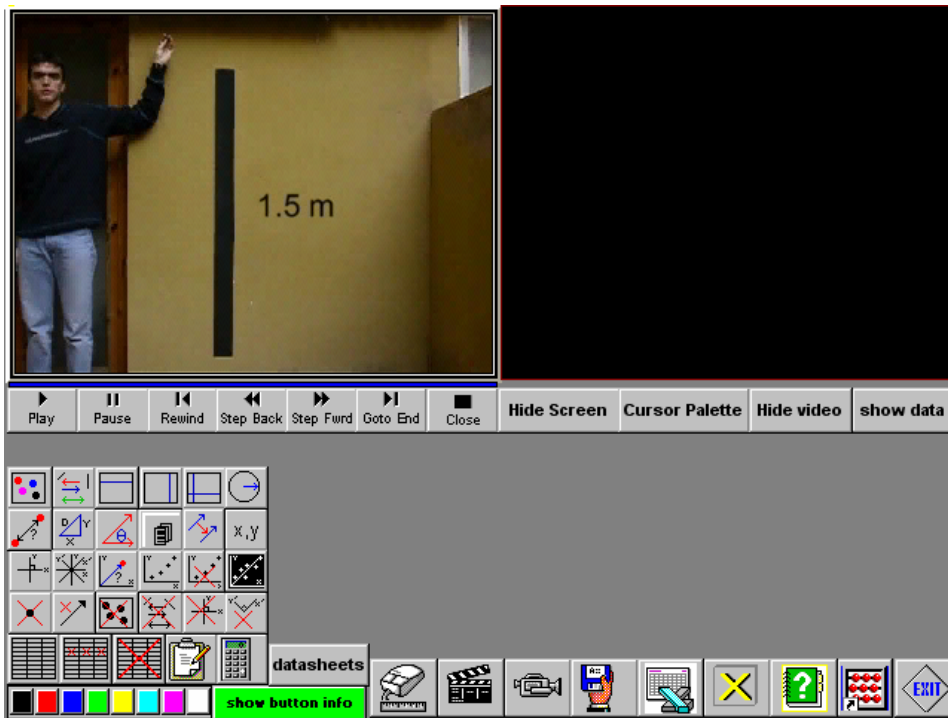


Fig. 9.12. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

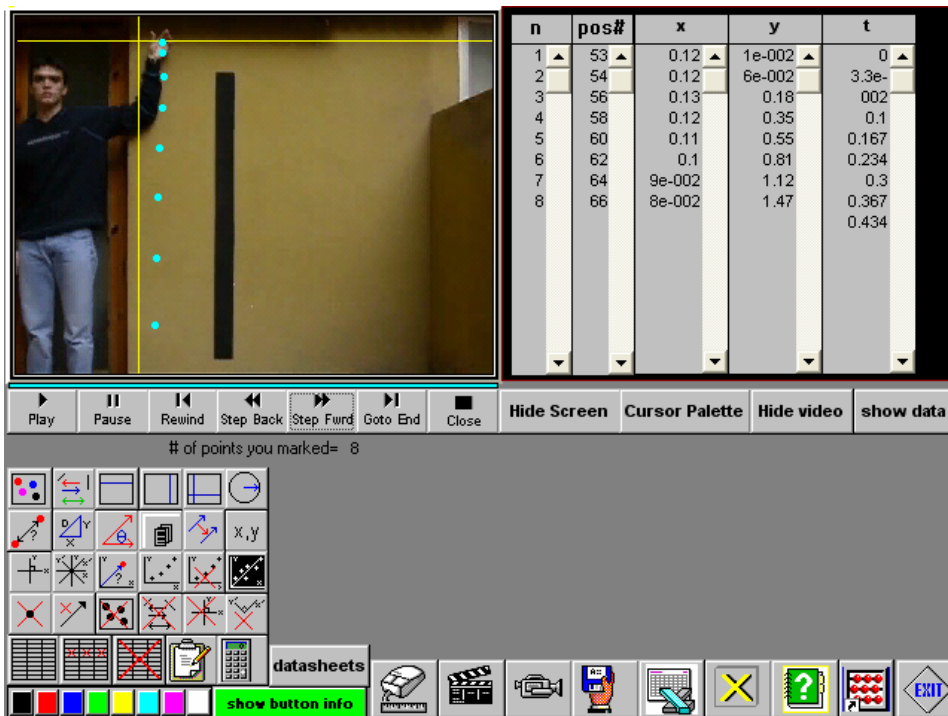


Fig. 9.13. Resultats obtinguts amb el Vidshell

Temps (s)	Espai (m)
-----------	-----------

0.000	0.00
0.033	0.06
0.100	0.18
0.167	0.35
0.234	0.55
0.300	0.81
0.367	1.12
0.434	1.47

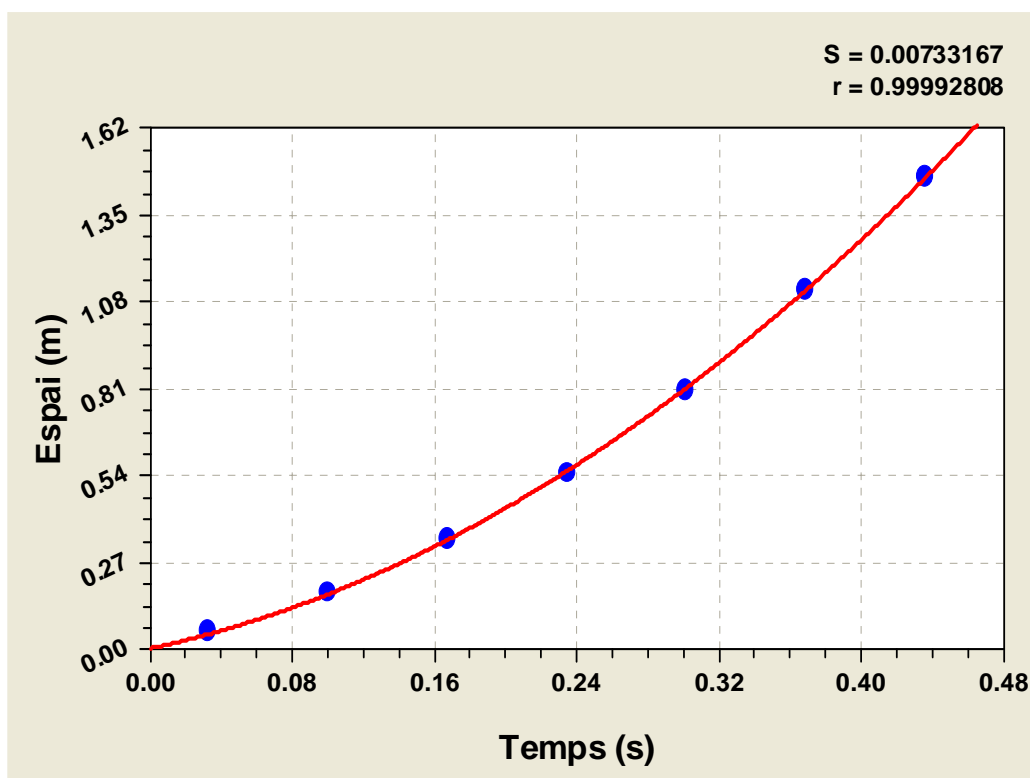


Fig. 9.14. Gràfic espai-temps de les dades obtingudes en la tercera mesura

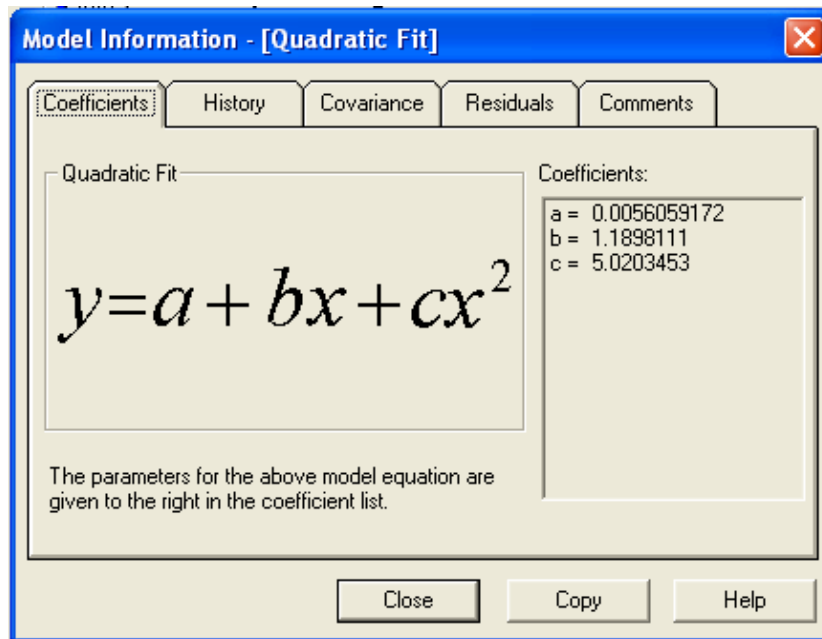


Fig. 9.15. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.006 + 1.190x + 5.020x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 5.020 \Rightarrow g_3 = 2c = 10 \text{ m/s}^2$$

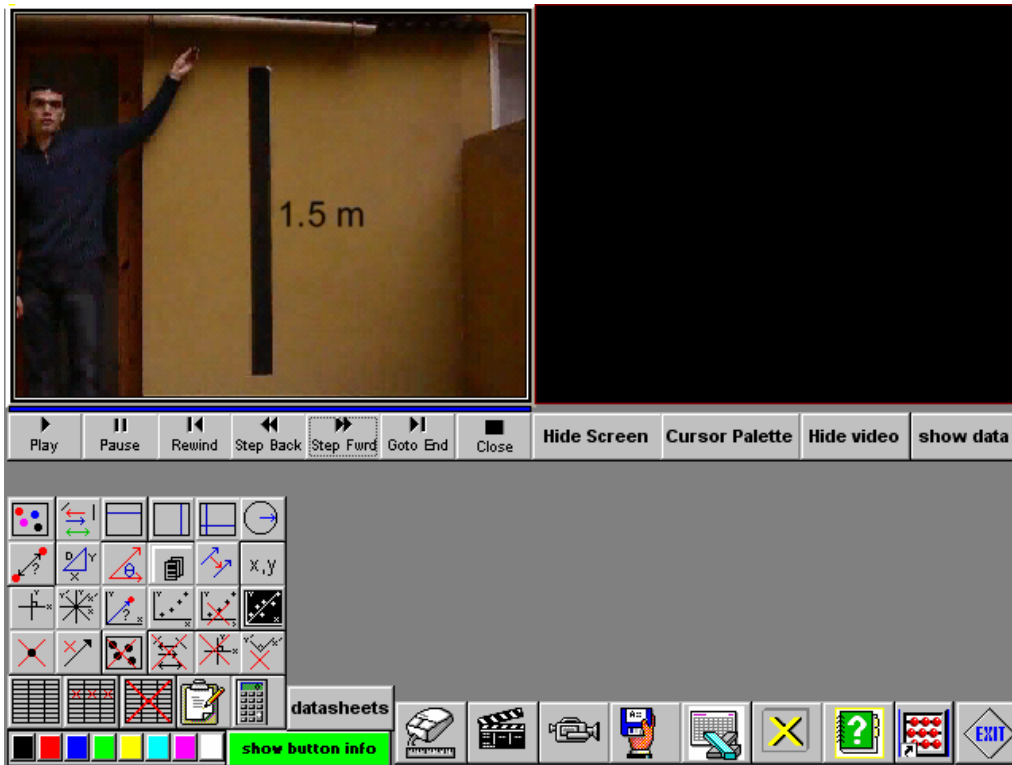


Fig. 9.16. Imatge del Vidshell amb el vídeo a utilitzar

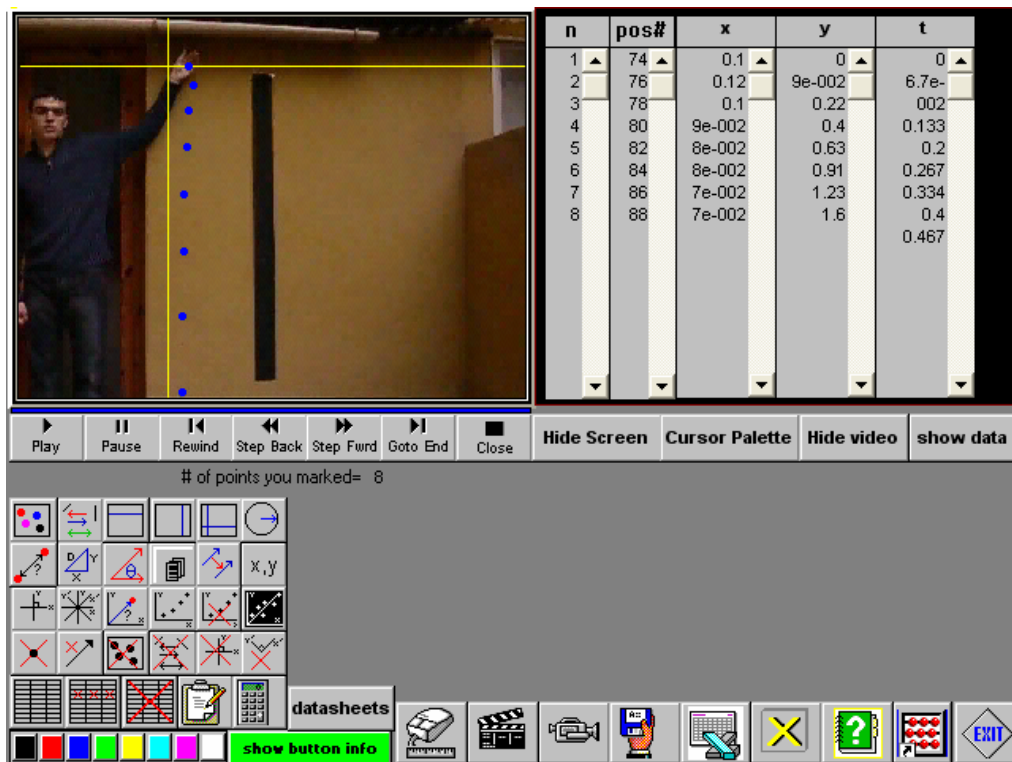


Fig. 9.17. Resultats obtinguts amb el Vidshell

Temps (s)	Espai (m)
0.000	0.00
0.067	0.09
0.133	0.22
0.200	0.40
0.267	0.63
0.334	0.91
0.400	1.23
0.400	1.60

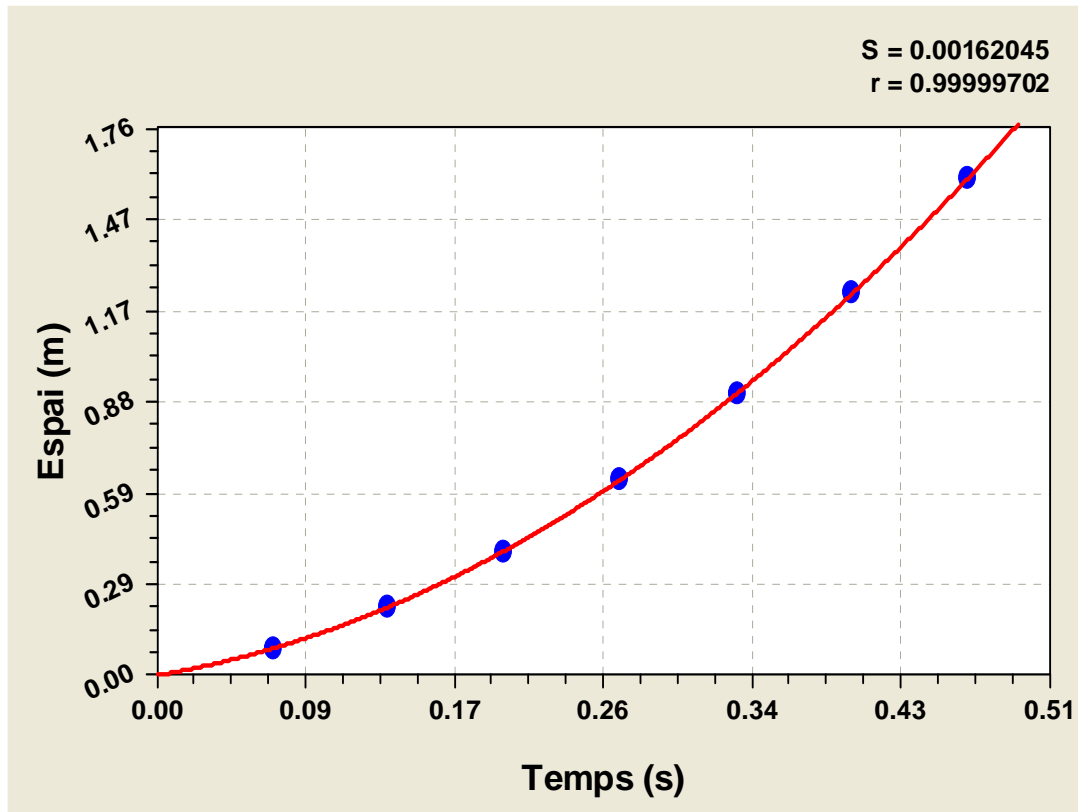


Fig. 9.18. Gràfic espai-temps de les dades obtingudes en la quarta mesura

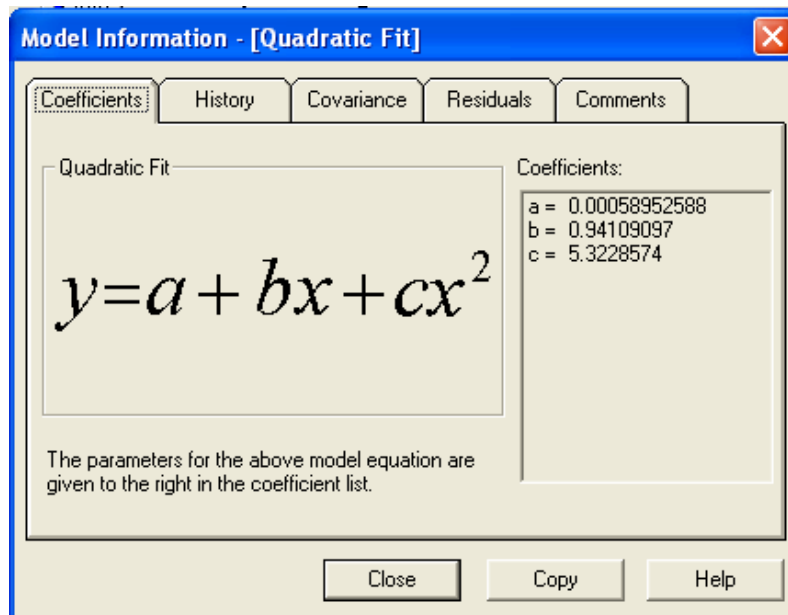


Fig. 9.19. Informació donada pel Curve Expert de la paràbola a la que s'ajusten els resultats

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y = x_0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 0.001 + 0.941x + 5.323x^2$$

$$c = \frac{g}{2} = 5.323 \Rightarrow g_4 = 2c = \mathbf{11 \text{ m/s}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{10 + 11 + 10 + 11}{4} = 10 \text{ m/s}^2$$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$d_1 = |10 - 10| = 0 \text{ m/s}^2$$

$$d_2 = |11 - 10| = 1 \text{ m/s}^2$$

$$d_3 = |10 - 10| = 0 \text{ m/s}^2$$

$$d_4 = |11 - 10| = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{d} = \frac{0 + 1 + 0 + 1}{4} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$E_{r\%1} = \frac{0}{10} \cdot 100 = 0 \%$$

$$E_{r\%2} = \frac{1}{10} \cdot 100 = 10 \%$$

$$E_{r\%3} = \frac{0}{10} \cdot 100 = 0 \%$$

$$E_{r\%4} = \frac{1}{10} \cdot 100 = 10 \%$$

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{0 + 10 + 0 + 10}{4} = 5 \%$$

Mesura	Acceleració de la gravetat	d	E _r %
1	10 m/s ²	0 m/s ²	0 %
2	11 m/s ²	1 m/s ²	10 %
3	10 m/s ²	0 m/s ²	0 %
4	11 m/s ²	1 m/s ²	10 %
	$\bar{g} = 10 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 1 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 0.58 \%$

$$\mathbf{g = (10 \pm 1) \text{ m/s}^2}$$

10. Comparació de resultats

Mètode de càlcul	Acceleració de la gravetat
Pèndul simple	$(9.74 \pm 0.06) \text{ m/s}^2$
Tir horitzontal	$(9.9 \pm 0.6) \text{ m/s}^2$
Caiguda lliure del regle	$(9.8 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$
Pèndul simple amb vídeo	$(9.7 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$
Sensor posició	$(9.71 \pm 0.06) \text{ m/s}^2$
Caiguda lliure d'una bola de ferro amb vídeo	$(10 \pm 1) \text{ m/s}^2$

* Els següents càlculs estan realitzats a partir del valor de g acceptat internacionalment, és a dir, 9.81 m/s^2 .

** Els errors següents en l'utilització de xifres significatives estan realitzats a propòsit ja que del contrari no es podrien realitzar aquests càlculs orientatius sobre l'exactitud i la precisió dels resultats obtinguts.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{g} = \frac{9.74 + 9.9 + 9.8 + 9.7 + 9.71 + 10}{6} = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$d = |x_i - \bar{x}|$$

$$d_{MÈTODE1} = |9.74 - 9.81| = 0.07 \text{ m/s}^2$$

$$d_{MÈTODE2} = |9.9 - 9.81| = 0.09 \text{ m/s}^2$$

$$d_{MÈTODE3} = |9.8 - 9.81| = 0.01 \text{ m/s}^2$$

$$d_{MÈTODE4} = |9.7 - 9.81| = 0.11 \text{ m/s}^2$$

$$d_{MÈTODE5} = |9.71 - 9.81| = 0.10 \text{ m/s}^2$$

$$d_{MÈTODE6} = |10 - 9.81| = 0.19 \text{ m/s}^2$$

$$\bar{d} = \frac{0.07 + 0.09 + 0.01 + 0.11 + 0.10 + 0.19}{6} = 0.10 \text{ m/s}^2$$

$$E_{r\%} = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100$$

$$E_{r\%1} = \frac{0.07}{9.81} \cdot 100 = 0.71 \%$$

$$E_{r\%2} = \frac{0.09}{9.81} \cdot 100 = 0.92 \%$$

$$E_{r\%3} = \frac{0.01}{9.81} \cdot 100 = 0.10 \%$$

$$E_{r\%4} = \frac{0.11}{9.81} \cdot 100 = 1.12 \%$$

$$E_{r\%5} = \frac{0.10}{9.81} \cdot 100 = 1.02 \%$$

$$E_{r\%6} = \frac{0.19}{9.81} \cdot 100 = 1.94 \%$$

$$\bar{E}_{r\%} = \frac{0.71 + 0.92 + 0.10 + 1.12 + 1.02 + 1.94}{6} = 0.97 \%$$

Mètode	g	d	Er%
Pèndul simple	$(9.74 \pm 0.06) \text{ m/s}^2$	0.07 m/s^2	0.71%
Tir horitzontal	$(9.9 \pm 0.6) \text{ m/s}^2$	0.09 m/s^2	0.92 %
Caiguda lliure del regle	$(9.8 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$	0.01 m/s^2	0.10 %
Pèndul simple amb vídeo	$(9.7 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$	0.11 m/s^2	1.12 %
Sensor posició	$(9.71 \pm 0.06) \text{ m/s}^2$	0.10 m/s^2	1.02 %
Caiguda lliure d'una bola de ferro amb vídeo	$(10 \pm 1) \text{ m/s}^2$	0.19 m/s^2	1.94 %
	$\bar{g} = 9.81 \text{ m/s}^2$	$\bar{d} = 0.10 \text{ m/s}^2$	$\bar{E}_{r\%} = 0.97 \%$

11. Conclusions

Després de realitzar cadascun dels experiments descrits anteriorment i havent-ne analitzat cadascun dels resultats obtinguts ja estem en condicions de respondre als problemes plantejats inicialment:

- **Problema I.** Com s'ha pogut comprovar al llarg de tot el treball hi ha diferents mètodes al nostre abast que ens permeten determinar experimentalment i d'una forma bastant precisa l'acceleració de la gravetat. En aquest treball s'ha utilitzat el pèndul simple, el pèndul simple mitjançant edició de vídeo, el tir horitzontal, la caiguda lliure d'un regle, el sensor posició del MultiLab i el MultiLog i la caiguda d'una bola de ferro tractada amb edició de vídeo.
- **Problema II.** Com s'ha comprovat al llarg del desenvolupament del present treball, no és necessari disposar d'un gran equip tècnic i informàtic per a realitzar un càlcul precís de l'acceleració de la gravetat, ja que com s'ha pogut comprovar amb un simple pèndul de fàcil construcció es pot obtenir una molt bona mesura de g .
- **Problema III.** Després de la realització de tots els procediments i càlculs mostrats anteriorment s'arriba a la conclusió de que la gravetat és una magnitud que no és pot mesurar de forma directa, sinó que s'ha de mesurar de forma indirecta a través d'una sèrie de càlculs físics i matemàtics.
- **Problema IV.** Un cop realitzats els experiments pertinents, els resultats de l'acceleració de la gravetat o g obtinguts amb cada mètode són els següents:

Mètode de càlcul	g
Pèndul simple	$(9.74 \pm 0.06) \text{ m/s}^2$
Tir horitzontal	$(9.9 \pm 0.6) \text{ m/s}^2$
Caiguda lliure del regle	$(9.8 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$
Pèndul simple amb vídeo	$(9.7 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$
Sensor posició	$(9.71 \pm 0.06) \text{ m/s}^2$
Caiguda lliure d'una bola de ferro amb vídeo	$(10 \pm 1) \text{ m/s}^2$

- **Problema V.** Després de realitzar els càlculs corresponents i prenent com a valor de referència $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ es pot dir que els errors absoluts i relatius fets amb cadascun dels mètodes de càlculs són els següents:

Mètode	d	$Er\%$
Pèndul simple	0.07 m/s^2	0.71%
Tir horitzontal	0.09 m/s^2	0.92 %
Caiguda lliure del regle	0.01 m/s^2	0.10 %
Pèndul simple amb vídeo	0.11 m/s^2	1.12 %
Sensor posició	0.10 m/s^2	1.02 %
Caiguda lliure d'una bola de ferro amb vídeo	0.19 m/s^2	1.94 %

- **Problema VI.** La mesura més exacta no té perquè ser la més precisa, ja que encara que normalment van estretament relacionades, l'exactitud i la precisió són dos conceptes diferents. L'exactitud d'una mesura ve donada per la major o menor aproximació al valor real o convencional de la magnitud que mesurem, mentre que la precisió d'una mesura ve donada pel major o menor nombre de xifres significatives que té la mesura.
- **Problema VII.** Com és pot comprovar en la taula del problema IV, els mètodes més precisos són el del pèndul simple i el del sensor posició, ja que els dos ens permeten donar els resultats amb dues xifres decimals.

- **Problema VIII.** Si es mira la taula del problema V es pot comprovar fàcilment com el mètode que ofereix més exactitud, és a dir, el que té una desviació absoluta més petita és el de caiguda lliure amb el regle.
- **Problema IX.** Si es realitza la mitjana aritmètica de les diferents mesures de l'acceleració de la gravetat obtingudes amb cadascun dels mètodes (tot i que és realitzen alguns errors amb el nombre de xifres significatives) és de 9.81 m/s^2 , és a dir, que hem obtingut el mateix valor que l'acceptat internacionalment, per tant és pot dir que el desenvolupament i el resultat d'aquests experiments ha estat molt satisfactori.

Al llarg de la realització d'aquest treball se m'han presentat nombroses dificultats, però gràcies a l'ajut de familiars, amics, etc., els he pogut superar i finalment realitzar aquest treball de recerca.

El primer d'aquest problemes va ser que en la biblioteca pública de Lleida gairebé no hi ha llibres de física, i per tant, em vaig veure obligat a anar a la de la UdL (Universitat de Lleida), però per a poder treure llibres d'aquesta biblioteca s'ha de tenir un carnet que només tenen els universitaris. La qual cosa vaig solucionar gràcies a la meva cosina, la Montserrat González Parramon, que em va deixar el seu carnet per a que pogués realitzar la recerca bibliogràfica necessària per a realitzar aquest treball.

La segona dificultat se'm va presentar a l'hora de construir el pèndul simple necessari per a la realització de dos experiments. El problema va sorgir quan vaig demanar al meu veí, en Pedro Carcelén Ferrandiz, que em lligués un fil de pescar a una petita bola de ferro que m'havia donat el professor de física i tutor del meu treball de recerca, l'Anicet Cosiells Manonelles. El fet es que quan el meu veí va intentar foradar la bola per a ficar-hi el fil, va descobrir que la bola aquella era d'un rodament i que tenia un tractament tèrmic per endurir-la, per la qual cosa era molt difícil de foradar, així que finalment el que va fer va ser soldar una petita peça de ferro a la bola i allí hi va lligar el fil de pescar. Com s'ha pogut comprovar anteriorment, els resultats obtinguts amb aquest pèndul han estat molt bons, així que estic molt agraït a en Pedro per la feina feta.

El següent problema important va sorgir quan intentava enregistrar en vídeo la caiguda d'una bola de ferro semblant a l'utilitzada en el pèndul simple, ja que per començar el programa Vidshell amb el qual havia de tractar la imatge només accepta arxius amb format *.avi i per tant vaig haver de buscar un programa que em permetés passar qualsevol tipus d'arxiu de vídeo a *.avi. Però l'inconvenient principal a l'hora de completar l'experiment va ser que si enregistrava els vídeos amb una camera *miniDV* quan passava el vídeo de la cinta a l'ordinador, el vídeo adquiria un fons verdós que a part de no ser agradable per a la vista, dificultava la correcta realització de l'experiment. Per intentar solucionar aquest problema vaig tornar a recórrer a en Pedro per veure si enregistra el vídeo amb la seva camera de fotos digital la imatge es veia nítida.

Un cop vam realitzar els diferents vídeos necessaris per al treball, vaig comprovar que d'aquesta forma havia solucionat el problema del fons verd, però ara l'inconvenient era la velocitat de la filmació, ja que en les filmacions realitzades aquesta era massa lenta i al analitzar les dades amb el Vidshell els resultats eren completament erronis. Trobar els ajustaments necessaris de la camera es va convertir en tota una odissea, ja que com a mínim vam haver de repetir l'experiment 3 o 4 vegades. Una vegada més he de donar les gràcies a en Pedro per la paciència que va tenir amb mi.

En fi, aquests van ser els problemes més importants que se m'han presentat a l'hora de realitzar aquest treball.

Crec que el tema de la gravetat és molt ampli i es podrien realitzar nombrosos treballs de recerca sobre aquest. Un de molt interessant seria el d'estudiar la variació de l'acceleració de la gravetat depenent de la densitat del terra. Malgrat que aquest treball pot tenir un gran interès científic, es bastant difícil de realitzar ja que es necessitaria un mapa geològic del territori molt precís i a més probablement s'hauria de recórrer grans distàncies per anar a llocs on el terra tingués variacions de densitat considerables.

Després de realitzar tot el laboriós procés del treball de recerca estic força satisfet dels resultats obtinguts, tant en la part experimental pròpiament dita com en el que fa el treball en general.

Fer-lo m'ha representat un gran nombre d'hores de dedicació i feina, però penso que l'experiència ha valgut la pena, ja que m'ha servit per augmentar els meus coneixements

sobre tot el relacionat amb la gravetat i a més m'ha servit per preparar-me per l'any vinent fer els treballs de la carrera.

Un altre valor important que m'ha ensenyat la realització d'aquest treball és que si és vol fer un bon treball el que s'ha de fer es dedicar-s'hi de forma constant i no esperar a l'últim moment, ja que si no es fa així, es poden presentar problemes inesperats i ja no hi ha temps per solucionar-los.

12. Índex d'il·lustracions i equacions

Il·lustracions				Equacions	
Número	Pàgina	Número	Pàgina	Número	Pàgina
3.1	12	6.3	80	3.1	17
3.2	15	6.4	80	3.2	18
3.3	16	6.5	81	3.3	19
3.4	20	6.6	81	3.4	22
3.5	21	6.7	82	3.5	23
3.6	23	6.8	83	3.6	32
3.7	24	6.9	84	3.7	32
3.8	24	6.10	84	3.8	32
3.9	25	6.11	85	3.9	35
3.10	31	6.12	86	3.10	35
3.11	33	6.13	87	3.11	36
3.12	33	6.14	87	3.12	36
3.13	34	6.15	88	3.13	37
3.14	37	6.16	89	3.14	40
3.15	41	6.17	90	3.15	40
3.16	43	6.18	90	3.16	40
3.17	43	6.19	91	3.17	40
3.18	44	6.20	92	3.18	41
3.19	46	7.1	97	3.19	41
3.20	46	7.2	97	3.20	42
3.21	47	7.3	98	3.21	42
4.1	54	7.4	98	3.22	42
4.2	54	7.5	100	3.23	42
5.1	62	7.6	100	3.24	42
5.2	62	7.7	101	3.25	42
5.3	63	7.8	102	3.26	42
5.4	63	7.9	102	3.27	45
5.5	64	7.10	103	3.28	45
5.6	65	8.1	109	3.29	46
5.7	65	8.2	109		
5.8	66	8.3	110		
5.9	67	8.4	110		
5.10	67	8.5	111		
5.11	68	8.6	111		
5.12	69	8.7	112		
5.13	70	8.8	113		
5.14	70	8.9	114		
5.15	71	8.10	114		
5.16	72	8.11	115		
6.1	79	8.12	116		
6.2	79	8.13	117		

Il·lustracions	
Número	Pàgina
8.14	117
8.15	118
8.16	119
9.1	126
9.2	126
9.3	127
9.4	128
9.5	128
9.6	129
9.7	130
9.8	131
9.9	131
9.10	132
9.11	133
9.12	134
9.13	134
9.14	135
9.15	135
9.16	137
9.17	137
9.18	138
9.19	139

13. Bibliografia

Per a la realització d'aquest treball he cercat informació en els següents llibres:

- ARMENGOL, Montserrat; MERCADÉ, Joan; SERRA, Salvador: *Física 2. Batxillerat*. Madrid. Mc Graw Hill. 2003
- ALONSO, Marcelo; FINN, Edward J.: *Física. Volumen I: Mecánica. Edición revisada y aumentada*. Wilmington (E.U.A.). Addison-Wesley Iberoamericana. 1976
- BUECHE, F. *Fundamentos de física*. Madrid. Ediciones del Castillo. 1968
- FERNÁNDEZ, Julián; PUJAL, Marcos: *Iniciación a la física. Tomo I*. Barcelona. Editorial Reverté. 1992
- LÓPEZ, Francisco: *Física i Química. Guía Escolar Vox*. Barcelona. Bibliograf. 1993
- PEARCE, L: *Albert Einstein, Adolf Grünbaum, A.S. Eddington y otros. La teoría de la relatividad: Sus orígenes e impacto sobre el pensamiento moderno*. Madrid. Alianza Editorial. 1995
- PLA, Enric (Autor de la part de física): *Gran Enciclopèdia Catalana*. Barcelona. Enciclopèdia Catalana. 1975
- RUBIO, Francisco. *Física. Conceptos Básicos*. Editorial Interinsular Canaria. Santa Cruz de Tenerife. 1980
- SEARS, Francis. W; ZEMANESKY, Mark W.: *Física general*. Madrid. Aguilar. 1973
- SERWAY, Raimond A.: *Física. Tomo I*. Mc Graw Hill. Naucalpan de Suárez (Mèxic). 1992

Webteca:

- http://www.xtec.es/estudis/batxillerat/02_forum_aules_nt/20_guia_instal_exao.pdf

- <http://webphysics.tec.nh.us/vidshell/vidshell.html>

Annexes

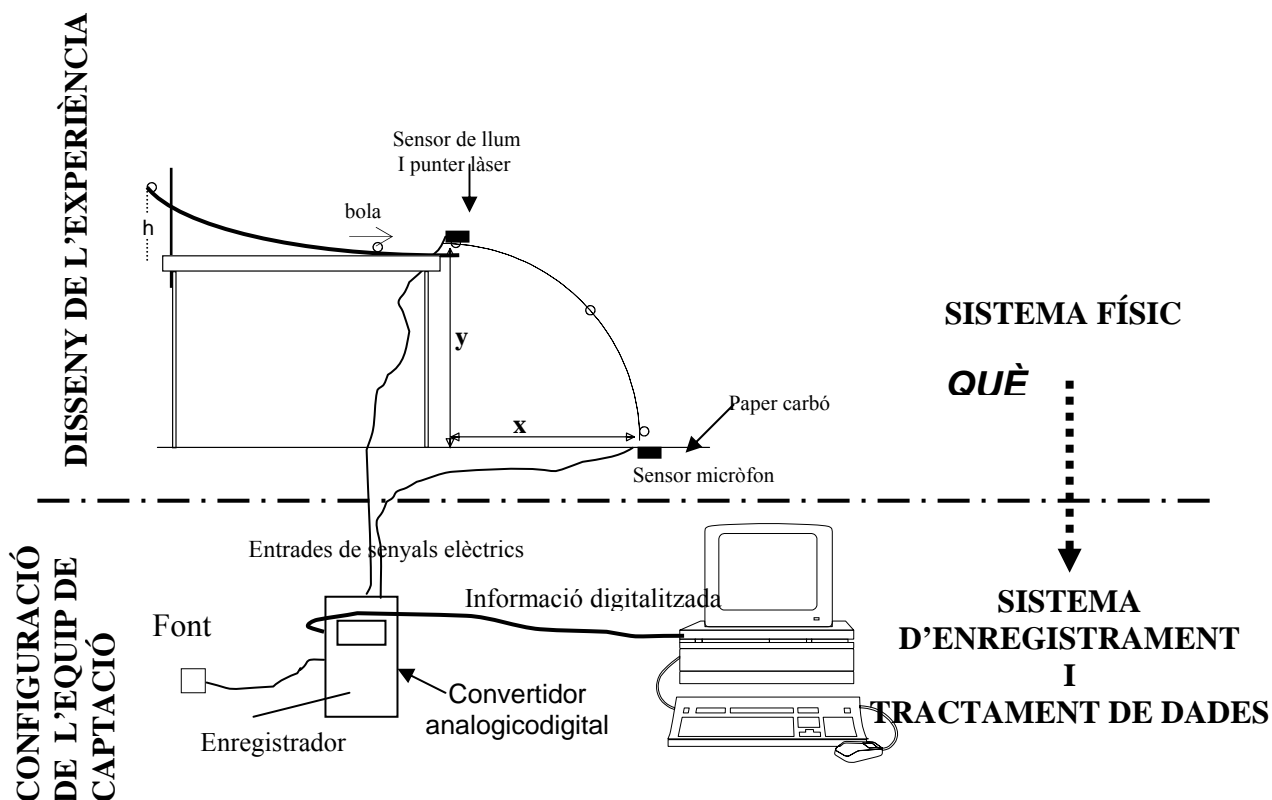
Annex I. Introducció a l'equip Multilog-Pro i al programa Multilab

Objectius

Revisar els manuals de l'equip Multilog Pro i del seu programa Multilab.
Conèixer el funcionament bàsic de l'equip Multilog-Pro per enregistrar i tractar dades al laboratori.
Conèixer les parts fonamentals del programari Multilab i algunes de les seves aplicacions.

Introducció

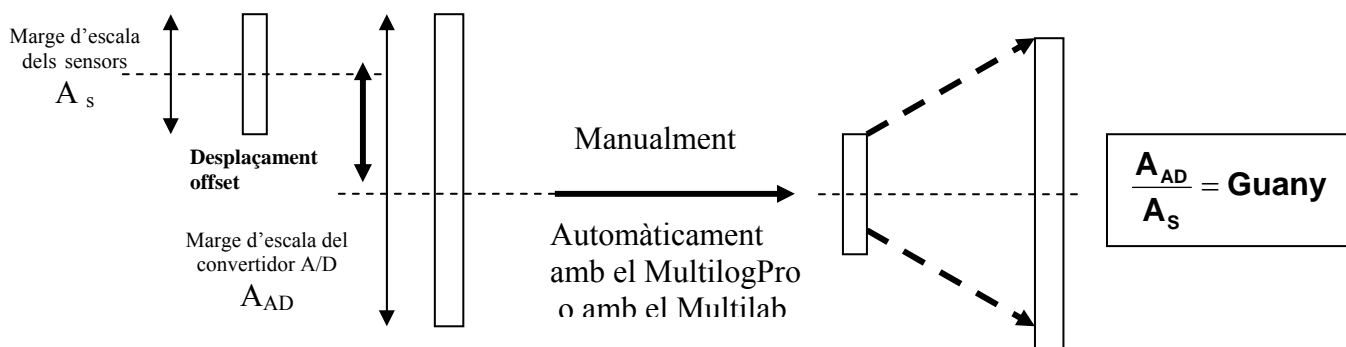
La recollida de dades i la seva posterior transformació pot ser un procés molt lent i laboriós que es pot optimitzar mitjançant l'ús de sensors connectats a una consola o interfície, que actua de convertidor analogicodigital (AD), o bé directament a l'ordinador o a la tarja de so que té un convertidor AD/DA.



Els sensors

Un ordinador només pot efectuar operacions sobre símbols, siguin lletres o xifres numèriques, expressats en el sistema de numeració binària. Els sensors o transductors són aparells que transformen una mesura física en una tensió elèctrica dins d'un marge determinat.

L'ordinador no pot llegir directament la tensió elèctrica subministrada per un sensor; encara és necessari un segon dispositiu que transformi aquesta tensió en un número binari, perquè l'ordinador sigui capaç de llegir-lo i emmagatzemar-lo. El dispositiu electrònic que fa aquesta funció es la consola que fa d'analogicodigital (A/D). Com que sovint el seu senyal elèctric, analògic, és molt petit i variable cal regular-lo i amplificar-lo mitjançant la consola que després el convertirà en un senyal digital. L'operació de regulació és necessària a causa del desajustament o desplaçament offset entre el nivell zero del senyal de sortida del sensor cap a la consola i el de la consola cap a l'ordinador, aquesta operació és un dels tipus de calibratge dels sensors que veurem més endavant



ESCALES DESAJUSTADES


ESCALES AJUSTADES I SENYAL

Pràcticament existeixen sensors per a totes les magnituds físiques imaginables: pressió, temperatura, posició, radiació, intensitat de llum o de so, concentració d'ions, acceleració, força, camp magnètic, etc.

L'equip Multilog-Pro consta dels següents sensors:

Descripció	Quantitat
Consoles	3
Temperatura (-25°C a 110°C)	3
Nivell de llum, 0 ~ 6,6 Lux	2
Nivell de llum, 0 ~ 130 klux	1
PH + adaptador 0-14 pH	3
Voltímetres, +/- 25 V.,	3
Pressió absoluta 0-700 kPa, (0-7 atm)	3
Posició (ultrasons). Distància: 0,4 a 10 m)	3
Micròfon (ona sonora +/- 2,5 V), sensibilitat (57-117dBA)	3
Amperímetre +/- 2'5 A	3
Força. Interval de detecció: +/-10N, +/-50N	1
Conductivitat. Interval de detecció: 0-20mS	1

Una descripció detallada d'aquest es troba a la documentació del Multilog que està instal·lada a **D:\ Aplicacions batxillerat científic\...**

Aneu a la carpeta anterior i cliqueu sobre  firstpage i se us obrirà des de l'Internet Explorer la pàgina d'Inici de la Documentació MultilogPro i si feu clic sobre el botó i se us obrirà el Mapa de la Web i podreu explorar la documentació.



Aneu a Manuales /Manuales en formato *.doc i desplegueu-los.

Introducción		
Consola	Características técnicas de la consola	
Sensores	Relación sensores para MultilogPRO	Especificaciones técnicas de todos los sensores
Aplicación - Multilab		
Manuales	Manuales en formato *.pdf	Uso, Física, Química, Biología, Uso de sensores y Calibración de los mismos.
	Manuales en formato *.doc	Uso, Física, Química, Biología, Uso de sensores y Calibración de los mismos.
	Imágenes de los manuales	Uso, Física, Química, Biología, Uso de sensores y Calibración de los mismos.
Consulta/Servicio Técnico	On line	T.S.D.
Inicio		



Obriu el Manual de Uso de Sensores i noteu que hi ha una relació de sensors.

A les pàgines corresponents es detalla per a cada sensor:

- Descripció del sensor
- Com funciona?
- Calibratge
- Utilització
- Quadre d'especificacions tècniques.

Llegiu la informació corresponent als sensor de voltatge (pàg. 1), distància (pàg. 21) i conductivitat (pàg. 26). Noteu que el primer no necessita calibratge, el segon tampoc, però si es nota alguna petita variació es pot calibrar mitjançant el programari Multilab i el tercer disposa d'un mecanisme de calibratge.



Tots els sensors de l'equip vénen calibrats de fàbrica, només caldrà calibrar-los de nou en cas que notem alguna discrepància.

Consultes tècniques

En cas de dubtes sobre qualsevol aspecte del MultilogPro o bé del Multilab es poden fer consultes tècniques a través de la xarxa als representants de Fourier Systems a Catalunya i Espanya.

Introducción		
Consola	Características técnicas de la consola	
Sensores	Relación sensores para MultilogPRO	Especificaciones técnicas de todos los sensores
Aplicación - Multilab		
Manuales	Manuales en formato *.pdf	Uso, Física, Química, Biología, Uso de sensores y Calibración de los mismos.
	Manuales en formato *.doc	Uso, Física, Química, Biología, Uso de sensores y Calibración de los mismos.
	Imágenes de los manuales	Uso, Física, Química, Biología, Uso de sensores y Calibración de los mismos.
Consulta/Servicio Técnico	On line	T.S.D.
Inicio		

Cataluña: ERI.DIDACTIC Avda. Josep Tarradellas, Nº120 Entro 2º 08029 Barcelona España Tlf: 639701534 Fax: 934109460 enricreyo@worldonline.es	Resto de España: Tecnología y Sistemas Didácticos S.A. Ctra. Vicàbaro-Rivas, Km 3.300 28052 Madrid España Tlf: 917768711 Fax: 917763218 tsd@tsd.es http://www.tsd.es
---	---

[Consultas / Servicio Técnico \(on line\)](#)

Exploreu el formulari de consulta.

FORMULARI PER FER LA CONSULTA TÈCNICA ON-LINE

La consola Multilog Pro

Sòcols d'entrada i de sortida (I/O)

- 1ª entrada, I/O-1
- 2ª entrada, I/O-2
- 3ª entrada, I/O-3
- 4ª entrada, I/O-4



Sòcol de connexió PC sèrie USB

Entrada d'alimentació (DC 9-12V)

Sòcol de connexió PC sèrie de 9 pins

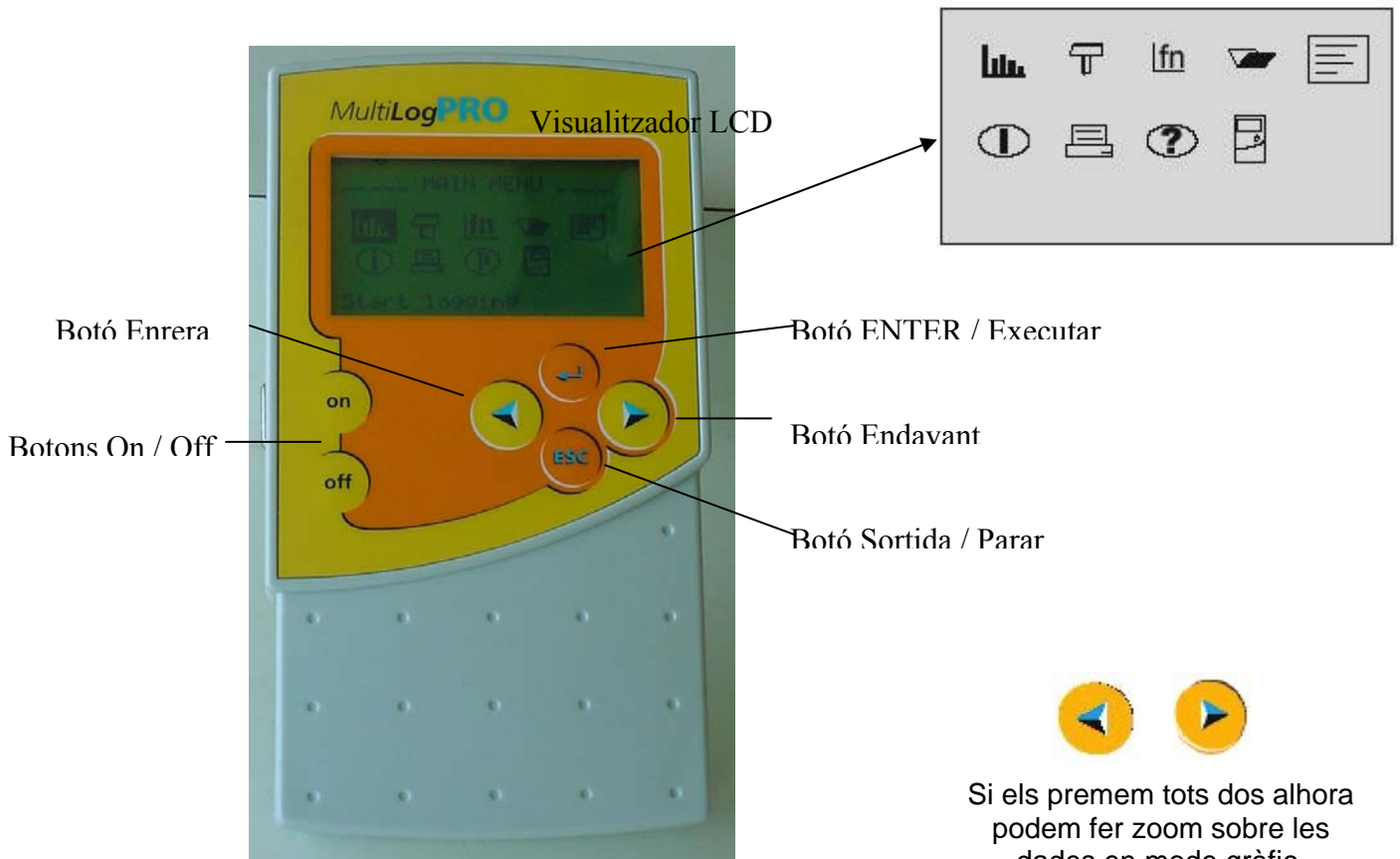
La interfície o consola té al costat esquerre l'entrada d'alimentació (DC9-12V) i els sòcols de connexió sèrie USB i sèrie de 9 pins per comunicar la consola i l'ordinador. La consola també disposa d'una bateria interna carregable que li permet funcionar de manera autònoma.

A la part posterior de la consola hi ha 4 sòcols d'entrada i de sortida per als corresponents sensors. Aquests sòcols es poden bifurcar, per tant s'hi poden arribar a connectar fins a 8 sensors.



En fer pressió per tal de connectar els sensors cal anar amb compte de no deformar els pins. Hi ha una única orientació, que cal respectar.

El pannel frontal de la consola



Captació de dades


Abans d'utilitzar per primera vegada el MultiLog Pro cal haver carregat la unitat durant 10 ó 12 hores amb l'aparell apagat

- **Engegueu el MultiLog Pro**

Premeu el botó . Veureu la pantalla d'inicialització.


El MultiLog Pro realitza un breu autotest i mostra el seu estat.

```
____ INICIALITZANT ____  
  
Inic. Visualització  
Inic. ADC  
Inic. RAM  
bat. 99%  
  
Última configuració ?
```

Premeu **Enter**  per carregar l'última configuració

Si necessiteu una nova configuració espereu fins que vegeu la pantalla del Menú Principal:





Aneu a la pantalla **d'Informació del sistema**  i comproveu quants arxius teniu guardats, el nivell de memòria útil, l'estat de la bateria, el rellotge integrat i el calendari.

```
----- INFO SISTEMA -----  
Arxius guardats = 01  
Memòria neta = 99%  
Multilog ver=8.0  
Nivell bateria = 99%  
  
05-Abr-2003      16:30
```

El rellotge integrat i el calendari es configuren per primera vegada quan s'utilitza la opció **Configuració** del programari MultiLab per programar el MultiLog Pro, i s'actualitza automàticament a l'hora i data de l'ordinador cada cop que es connecta el seu MultiLog Pro a l'ordinador.

El rellotge integrat i el calendari es mantenen actualitzats amb independència de la situació de la bateria de 7.2V, fins i tot quan el MultiLog Pro està apagat.



Sortiu i aneu a **Configuració del sistema** , feu **Enter**  i escolliu el Mode d'entrada: Auto ID, netegeu la memòria i ajusteu el contrast al vostre gust.

```
→ Mode entrada: Auto ID  
Netejar memòria ( > )  
Distància 10m  
Calibració DO2 ( > )  
Contrast ( < ) ( > )
```



Sortiu i aneu **Configuració de les mesures** i noteu que us indica que no hi ha cap sensor connectat.

```
→ Entrada - 1  
Entrada - 2  
Entrada - 3  
Entrada - 4  
  
VELOCITAT = 10/s  
MOSTRES = 500  
DISPLAY = numèric
```



Connecteu el sensor de temperatura a l'entrada I/O-1



Els sensors s'han d'afegir successivament, començant per l'entrada-1. Si només s'utilitza un sensor haurà de connectar-se a I/O-1. Si s'utilitzen dos sensors en un prova, hauran de connectar-se a I/O-1 i I/O-2 successivament.


Noteu que ara reconeix el sensor de Temperatura $-25/+110^{\circ}\text{C}$ i ho mostra de la manera **En-1 : Temper. 110°C** (això no vol dir que estigui llegint aquesta temperatura).

El cursor \rightarrow s'ha col·locat automàticament davant de **VELOCITAT**,

Escolliu amb el botó  l'opció **Cada sec**, feu **enter** , aneu a **MOSTRES** i escolliu **50**.

```
Entrada - 1 Temper. 110°C
Entrada - 2
Entrada - 3
Entrada - 4

    VELOCITAT = Cada sec
→  MOSTRES   = 50
    DISPLAY   = gràfic
```



Temps d'enregistrament = Mostres / velocitat


Mostres = temps de mostreig x velocitat

Mostres x entrades actives < 100.000 mostres

Aneu a **display** i escolliu **gràfic** accepteu  i noteu que el cursor \rightarrow us senyala **COMENÇAR(>)**,


```
Entrada - 1 Temper. 110°C
Entrada - 2
Entrada - 3
Entrada - 4


    MOSTRES   = 50
    DISPLAY   = gràfic
→  COMENÇAR = (>).
```

Premeu  i inicieu la captació de dades. Noteu que quan s'inicia la captació us apareixen les dades en format gràfic, amb la data i l'hora de la captació i el valor de la temperatura, segons la coordenada marcada per la línia vertical discontinua.


Anàlisi de dades


Aneu endavant  i endarrera  per a llegir altres valors de temperatura.


Si premeu alhora els dos botons anteriors fareu zoom a les dades i ocuparan tota la pantalla, proveu-ho. Si voleu tornar a la vista anterior feu .

El menú **Funcions** us mostra una estadística de les dades de l'arxiu actual. Aneu a aquest menú  i observeu que us presenta els valors **mínim**, **màxim**, **promig**, i us informa del número d'arxiu i de l'entrada amb que s'han captat.


```
----- FUNCIONS-----  
  
MINIM   =  +22.23°C  
MAXIM   =  +28.41°C  
PROMIG  =  +25.88°C  
  
Arxiu -02  
ENTRADA -1
```

Aneu a **Obrir fitxer**  on veureu que el fitxer ha estat guardat.

Sortiu i tanqueu la consola .

 ***Prémer OFF no esborrarà la memòria de mostres. Les dades guardades en la memòria es conservaran durant 10 anys***

Captació en mode continu

Poseu la consola en marxa ; esborreu la memòria i configureu per fer una captació en mode continu.

```
Entrada - 1 Temper. 110°C
Entrada - 2
Entrada - 3
Entrada - 4

VELOCITAT = Cada sec
→ MOSTRES = Continu
DISPLAY = numèric
```

Atureu la captació, aneu a **Obrir fitxer** i noteu que no ha quedat guardada la captació.


Descarregar arxius a l'ordinador


Feu una altra captació amb una configuració diferent i si voleu una altra amb dos sensors de temperatura alhora.


Aneu al menú **Obrir fitxer** i comproveu que teniu dos arxius i us indica quin arxiu teniu obert.

```
----- OBRIR FITXER-----

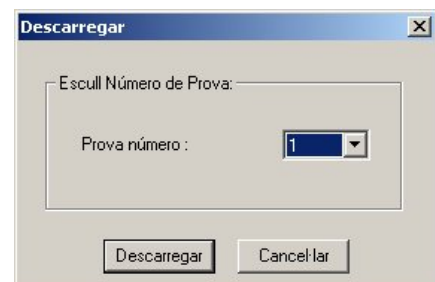
02 arxius guardats
→ Obert arxiu # 02
```


Sortiu  i tanqueu la consola 

Connecteu amb el cable USB la consola i l'ordinador i engegueu-la 

Obriu el programa Multilab  i comproveu que reconeix que la consola està connectada.

Aneu al menú **Enregistrador/ descàrrega selectiva** i us sortirà una finestra per a triar l'arxiu que voleu descarregar. Trieu un dels arxius, i descarregueu-lo.











També podeu fer aquesta operació mitjançant **Enregistrator/descarregar** o bé amb la icona , i aleshores us descarregarà el primer arxiu, i ,si hi torneu, us descarregarà el segon, etc.



- *El mostreig Continu o “Cíclic” és possible fins a una freqüència de mostra màxima de 100/s.*
- *Les dades s'han de presentar en un mode de visualització que no sigui gràfic.*
- *En el mode Continu, el MultiLog no grava les dades, i pot continuar enregistrant indefinidament.*

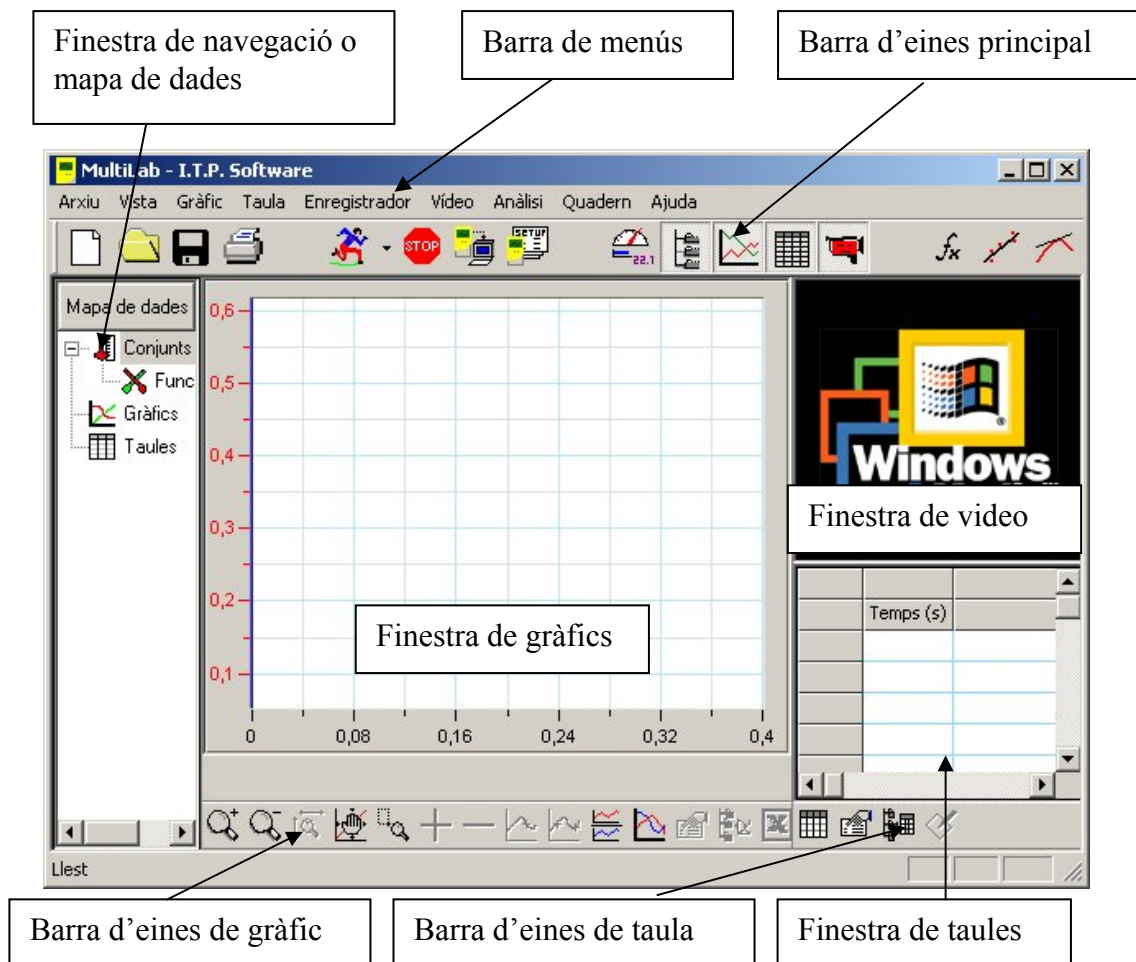
En el quadre estan resumides les característiques més importants dels diferents menús de la consola.

MENÚ	ORDRE		
	Inici	Mostra el sensors connectats amb el mode de display escollit	Si la consola no està en menú inici no es poden captar dades des de l'ordinador.
	Configuració de les mesures	Velocitat Mostres Display	Velocitat. Ecollir doble de l'esperada pel fenomen. Limitada pel nombre de sensors. 1sensor→20.800/s ;...; ...; 4 sensors →4.300/s
	Funció	Mínim Màxim Mitjana	Velocitat → > 100/s. Només dues proves de 32.000 mostres cadascuna.
	Obrir	Obre, en mode gràfic, arxius guardats a la consola	Mostres →Continu. La velocitat ha de ser ≤ 100/s. Display no gràfic. <u>Les dades no es queden gravades.</u> Mostres → 100.000. Dos arxius de 50.000 punts.
	Notes	Notes Instruccions per a una prova	Display →gràfic. S'usa en : Velocitat < 10/s des de l'inici. Velocitat > 10/s en acabar la prova. En obrir gravació emmagatzemada. Aquest mode no admet més de 4 sensors simultanis. Mostres /velocitat = temps d'enregistrament Mostres = temps de mostreig x velocitat Mostres x Entrades actives < 100.000 mostres
	Info	Proves memòria Nivell memòria Nivell bateria Data i hora	Configuració del programari Multilab. Nivell de bateria. La primera vegada cal carregar-la durant 10 ó 12 hores Relloqge. Es configura la primera vegada des de l'opció
	Ajuda	Informació breu dels menús	Connexió sensors→Successivament I/O-1; ...; I/O-4
	Configuració de la consola	Mode de treball Esborrar memòria Sensor distància Sensor oxigen Contrast	Mode→Auto ID. Ús de 4 sensors simultàniament. Mode→8 sensors. No identifica automàticament els sensors. Selecció manual de fins a 8 sensors. Sensors VERNIER. Definició de sensors propis. Cal usar els cables separadors en forma de Y.

El programa Multilab

Multilab és un programa senzill que proveeix de tot el necessari per recollir les dades captades amb el Multilog-Pro, visualitza les dades en gràfics, mesures i taules, les analitza amb sofisticades eines d'anàlisi i permet veure vídeos en viu o gravats prèviament.

Enguegueu l'ordinador, cliqueu sobre la icona del **Multilab** i us apareixerà una pantalla com la següent.



El programa inclou les finestres de:

- Gràfics.
- Taules.
- Vídeo.
- Navegació o Mapa de Dades.

Es poden visualitzar les quatre finestres simultàniament o qualsevol combinació de totes quatre.

Les eines i ordres més utilitzades es mostren en tres barres d'eines. Les eines relacionades amb tots els aspectes del programa i les eines que controlen el Multilog s'ubiquen en la barra d'eines principal (superior). Les eines específiques dels gràfics es

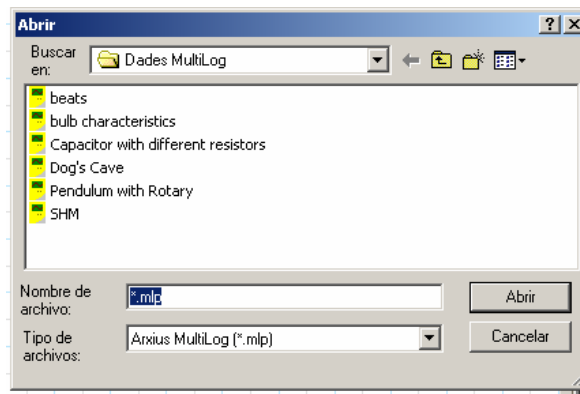
localitzen a la barra d'eines de gràfic i les eines específiques de les taules es localitzen a la barra d'eines de taula (situades a la part inferior). I si cal es poden utilitzar des dels menús desplegable de la barra de menús.

- Obriu i tanqueu les diferents finestres mitjançant les icones de la barra d'eines principal.


El treball amb projectes

Cada cop que comenci una nova prova, Multilab crearà automàticament un nou arxiu de projecte, on s'emmagatzemarà tota la informació que es reculli i processi d'una prova donada.




Vegem un exemple de projecte que està inclòs en el programa, el projecte SHM sobre el moviment harmònic simple.

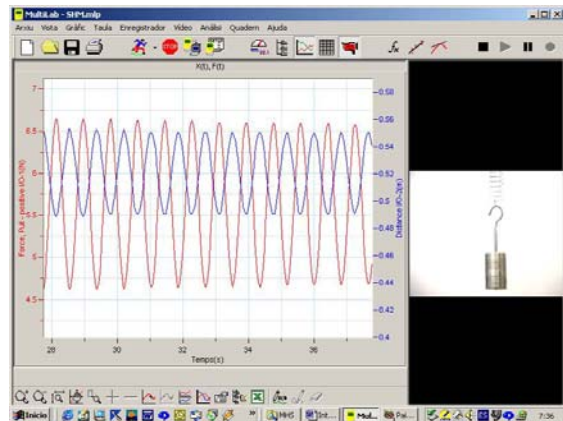



El projecte SHM

- Aneu a la icona **Obrir** . Noteu que les dades de captació i d'anàlisi generades amb el Multilab i corresponents a un projecte determinat es guarden per defecte a la carpeta :




C:\Arxius de programa\FourierSystems\Multilab\ Dades Multilog.

- Cliqueu sobre l'arxiu SHM del corresponent projecte.
- Obriu la finestra de **Vídeo**  i de **Gràfic** .
- Cliqueu **Reproduir**  i espereu que es vegi tot el videoclip.
- Llegiu i interpreteu les dades i les unitats de les columnes Y i X de les gràfiques.

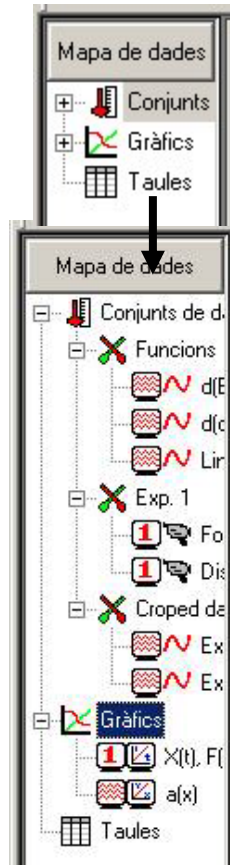


- Obriu la finestra de navegació o **Mapa de dades**  i us apareixeran totes les dades del projecte SHM.

Com podeu veure els ítems en el Mapa de dades es divideixen en tres categories principals:

	Llista del conjunt de dades
	Llista de gràfics guardats
	Llista de taules guardades











que les podem expandir o reduir fent doble clic damunt la icona corresponent o també amb un clic damunt del signe més (+) o menys (-) que hi ha al costat de les icones.














Amb els cursors de la barra inferior es pot visualitzar el nom de cada part del projecte.

Què significa cada icona?


- Reduïu totes les categories i exploreu-les una a una seguint els quadres següents.

		Llista del conjunt de dades
		Funcions – inclou totes les funcions d’anàlisi del projecte
		Prova – inclou totes les dades gravades de la prova
		Cropped data- Retalls de les dades
		Conjunt de dades individual– actualment no es mostra
		Conjunt de dades individual– actualment es mostra al gràfic 1
		Conjunt de dades individual– actualment es mostra al gràfic 2
		Conjunt de dades individual– actualment es mostra als gràfics 1 i 2
		Dada gravada sense vídeo
		Dada gravada amb vídeo

		Llista de gràfics guardats
		Gràfic guardat – conjunt de dades vs. temps
		Gràfic guardat – conjunts de dades vs. conjunt de dades
		Gràfic que actualment no es mostra
		Gràfic que actualment es mostra al gràfic 1
		Gràfic que actualment es mostra al gràfic 2
		Gràfic que actualment es mostra als gràfics 1 i 2

		Llista de taules guardades
		Taula guardada
		Taula que actualment no es mostra
		Taula que actualment es mostra

Guardar dades d'un projecte

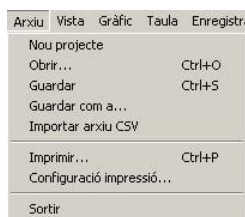
La icona **Guardar**  de la barra d'eines principal permet guardar un projecte. Al guardar un projecte es desarà tot el conjunt de dades, gràfics, matrius i pel·lícules de vídeo en un arxiu de projecte. També es guardarà qualsevol format especial i escalat que s'hagi fet.

Si heu fet qualsevol canvi en un projecte prèviament guardat, feu clic a **Guardar** per actualitzar l'arxiu guardat.

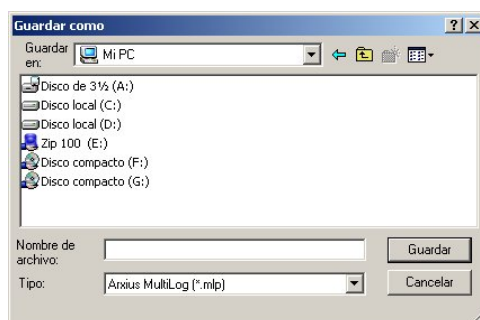
Aquesta ordre guarda per defecte l'arxiu del projecte al disc dur **SISTEMA (C:)** :

C:\Arxius de programa\FourierSystems\ Multilab\ Dades Multilog.

Si voleu que les dades d'un projecte vagin a una carpeta que contingui altres arxius relacionats amb l'experiència, com per exemple un arxiu de Word amb les anotacions que l'alumnat hagi fet caldria guardar el projecte fent **Guardar com a ...** del menú **Arxiu**.



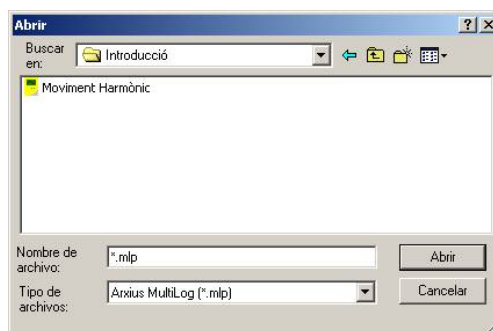
- Aneu a **Arxiu** i cliqueu a **Guardar com a...** i s'obrirà la finestra.
- Noteu que el disc dur disposa de dues particions la **C:** a la qual no es pot accedir lliurement i la partició **D:** de lliure accés per a tots els usuaris.



És més aconsellable guardar les dades en una carpeta pròpia de l'alumnat situada al disc dur local **DADES (D:)** o al disc compartit **TREBALL (T:)** de l'ordinador servidor.

D:\ Treball\Alumnat\...

- Obriu el Disc local **D:** i aneu a la carpeta **D:\Els meus documents\ Presentació Multilog**, creeu una carpeta amb el **vostre nom** i allà una subcarpeta amb el nom **Introducció**.
- Guardeu-hi el projecte actual amb el nom de **Moviment Harmònic**.
- Noteu que l'extensió en què es guarda és **MLP**, pròpia del Multilab.
- Sortiu del Multilab, obriu-lo un altre cop i obriu l'arxiu **Moviment Harmònic**.



Afegir taules i gràfics a un projecte

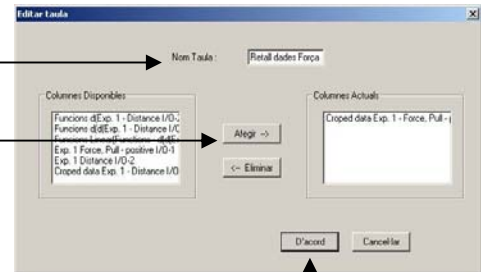
Un cop editada una taula, el Multilab mostra les noves dades a la finestra de la taula cada vegada que comença una nova captació. Sempre es pot mostrar dades prèviament gravades fent servir el quadre de diàleg **Editar Taula**.

Si voleu guardar una taula que hagueu creat per al vostre projecte, o actualitzar amb noves dades una taula que hagueu editat utilitzareu l'eina **Afegir a projecte**. Obriu, si no el teniu obert, el projecte **Moviment harmònic**.

- Aneu a **Editar Taula**  i afegiu-hi

Croped data Exp. 1, -Force, Pull-positive I/O-1

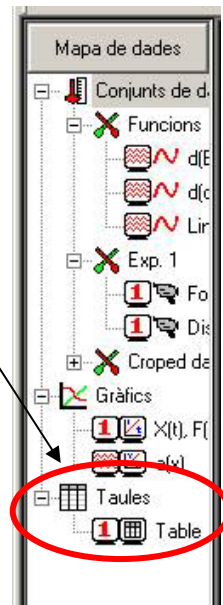
i doneu a la Taula el nom de: *Retall dades Força*



- Cliqueu el botó **D\'acord**.

- Finalment cliqueu el botó **Afegir a projecte**  a la barra d'eines de taula.

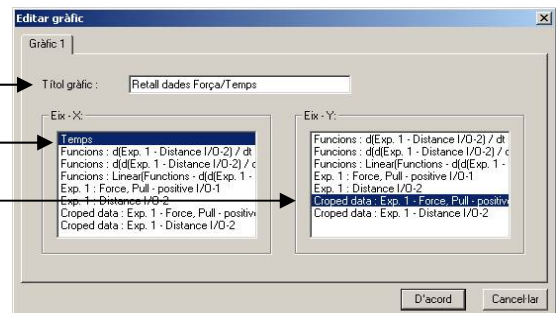
- Obriu el **Mapa de dades** i noteu que hi heu afegit una taula.



- Aneu a **Editar gràfic**  .

- Activeu:
Eix X : Temps.
Eix Y: Croped Data: data Exp. 1, - Force, Pull-positive I/O-1.

- Doneu al gràfic el nom de:
Retall dades Força/Temps



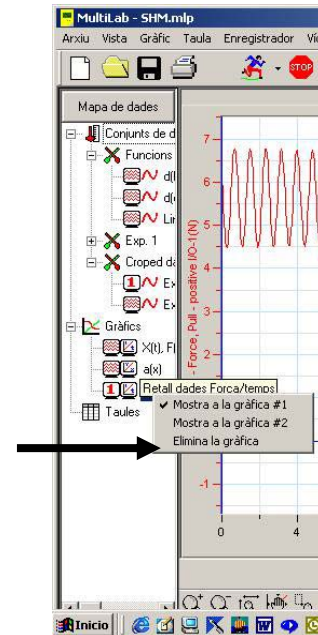
- Feu **Afegir gràfic al projecte**  i noteu com us apareix al Mapa de dades.

Esborrar dades d'un projecte

Per esborrar un conjunt de dades específic, un gràfic o una taula del projecte farem servir el Mapa de Dades.


- Esborreu del vostre projecte Moviment Harmònic el gràfic i la taula que heu creat i torneu-lo a guardar.
- Obriu el Mapa de dades, poseu-vos amb el ratolí damunt del gràfic Retall dades Força/Temps. Si hi figura un **1** vol dir que el teniu en pantalla.
- Feu clic amb el botó dret del ratolí i obrireu la pantalla que permet **Eliminar la gràfica**.
Noteu com desapareix el gràfic de la pantalla.

Per esborrar dades no desitjades d'un conjunt de dades específic, per exemple d'un gràfic o d'una taula, utilitzarem l'eina de retall, que veurem més endavant.

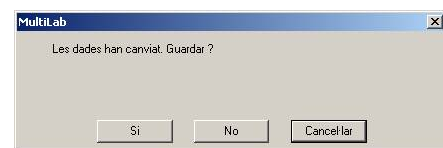


Crear un Nou Projecte

Hi ha tres maneres de crear un nou projecte:

1. Obrint el programa Multilab, la qual cosa obrirà cada vegada un arxiu nou.
2. Cada vegada que feu un clic al botó **Executar** per començar una nova captació, quan treballem en mode Mesura Única.
3. Cada vegada que feu clic a la tecla **Nou**  a la barra d'eines.

- Creeu amb la tecla **Nou** un projecte i noteu que us apareix una finestra que us pregunta si voleu guardar les dades.



- Digueu-li que sí i noteu que us apareix un projecte nou amb el Mapa de dades totalment buit.



És aconsellable que per a una experiència determinada s'obri un nou projecte per a cada captació, altrament s'acumula massa informació en el mapa de dades i es fa difícil gestionar-lo.



Per exemple:



Si fem dues experiències de Moviment Harmònic Simple, en acabar la primer la guardem com a MSH-1, obrim un nou projecte i en acabar la captació de dades de la segona la guardem com a MSH-2.



Barra d'eines de gràfic

Per tal d'exercitar-se amb la barra d'eines de gràfic treballarem amb el projecte Dog's Cave. Obriu-lo i exploreu el mapa de dades. Noteu que es tracta d'una experiència que s'ha filmat amb la webcam, tal com s'indica a la icona exp13.

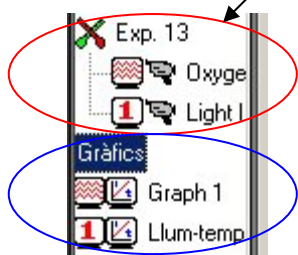
Oculteu el mapa de dades i la taula i poseu en marxa el vídeo des del menú Vídeo/reproduir. Noteu que a mesura que se'ns mostra l'experiència sentim l'autor que ens ho explica. Si voleu podeu aturar el vídeo amb el menú Vídeo/pausa o parar.

Oculteu el vídeo i feu clic a la icona **Autoescalat**  i veureu com el gràfic ocupa tota la finestra. Mitjançant la icona **Traslada**  podeu desplaçar el gràfic dins la finestra segons us interessi.


Si voleu us podeu **Apropar**  al gràfic a diferents escales i després **Allunyar-vos-en**  o bé restituir la mida inicial amb la icona d'**Autoescalat**.

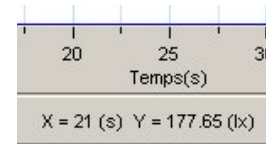
Podem **Editar**  el gràfic per escollir les magnituds que volem que es representi a cada eix de coordenades i posar-hi títol. Editeu un gràfic amb el títol *Llum-temps* i cliqueu **Afegir el gràfic al projecte** .


Noteu que ara us apareix el gràfic amb només les dades de llum davant del temps i que al mapa de dades ha aparegut un nou gràfic que

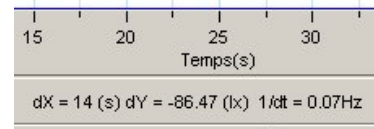


porta el símbol 1 que vol dir que està obert. Al mateix temps les dades corresponents al nivell d'oxigen s'han ocultat.



Cliqueu el botó **Commutar primer cursor**  i us apareixerà una fletxa damunt el gràfic i a sota del gràfic els valors corresponents a la posició que assenyalava la fletxa.



Cliqueu el botó **Commutar el segon cursor**  i us apareixerà una segona fletxa en el gràfic i a sota del gràfic la diferència entre els valors X i Y corresponents als punts assenyalats. A més també tenim 1/dt (Hz), útil per a determinar la freqüència d'una mesura.

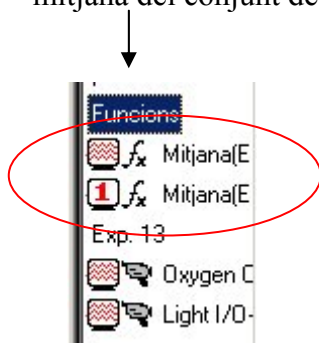
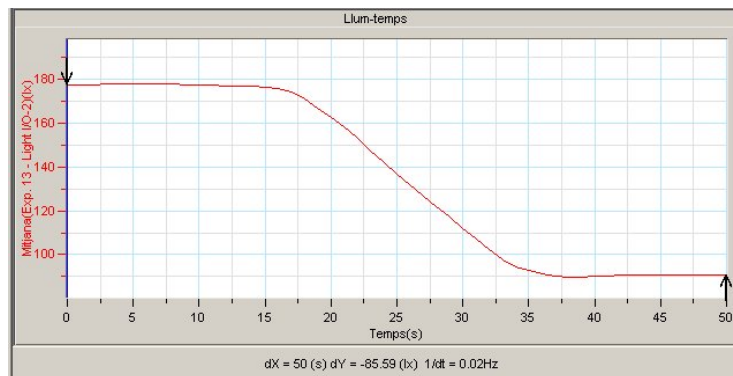


Arrossegueu els cursors, per l'extrem de la fletxa, i poseu-ne un a cada extrem del gràfic i noteu com van canviant els valors de dX, dY i 1/dt.

El botó **Més suau**  permet suavitzar el gràfic fins que es redueixin els errors de mesura, sense perdre les dades captades. Si voleu podeu desfer l'acció amb el botó **Menys suau** .


D'aquesta manera tindreu el gràfic suavitzat entre els punts que heu senyalat.

En el mapa de dades a l'apartat de funcions apareixerà una nova icona amb el nom Mitjana (Exp. 13 – light I/O) que representa el gràfic suavitzat. El nom de mitjana es deu que la suavització es realitza calculant la mitjana del conjunt de dades en successius intervals.

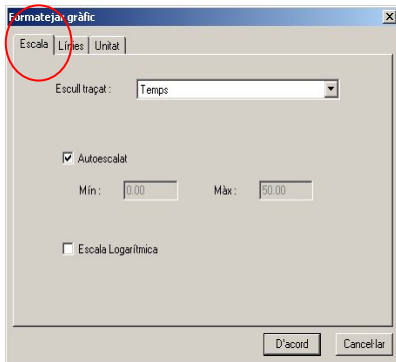


El número 1 indica que teniu oberta a la finestra de gràfics les dades corresponents a aquesta operació. Noteu que clicant al seu damunt el podeu ocultar.

Canvis en l'escala, en el format de les línies i en les unitats dels gràfics

Per canviar les **propietats** del gràfic cliqueu . S'obrirà una finestra que us permetrà canviar-ne l'escala, les línies i les unitats.

Escala



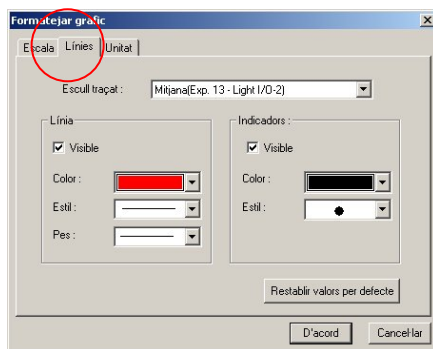
Escull traçat. Permet escollir el conjunt de dades de les quals modificarem el format.

Autoescalat. Es representen totes les dades captades. Si el desactiveu podreu definir les valors mínim (Mín) i màxim (Màx) que es representaran, i d'aquesta manera canviareu el rang.

Escala logarítmica. Representa les dades seleccionades en escala logarítmica.

Exploreu totes les possibilitats de canvi d'escala de les dues magnituds, el temps i la intensitat de llum, i observeu els canvis al gràfic corresponent.

Format de les línies



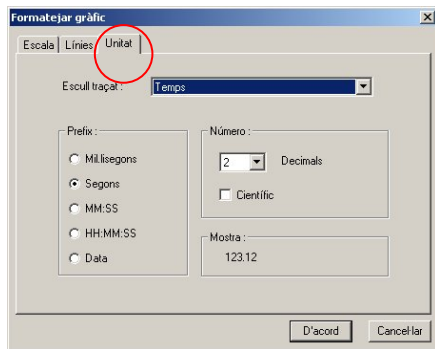
Escull traçat. Permet escollir el conjunt de dades de les quals modificarem el format.

Línia. Permet canviar el color, l'estil i el gruix de la línia.

Indicadors. Permet representar els punts de la mostra, la qual cosa és útil per determinar valors singulars amb els cursors.

Exploreu totes les possibilitats de formatjar les línies, per les dues magnituds, el temps i la intensitat de llum, i observeu els canvis a la gràfica corresponent.

Unitats dels gràfics



Escull traçat. Permet escollir el conjunt de dades de les quals modificarem el format.

Prefix. Possibilita l'elecció del prefix numèric amb què volem expressar els valors.

Número de decimals. Canvia el número de decimals de la mesura.

Científic. Expressa les dades en notació científica.

Exploreu totes les possibilitats de canvi en les unitats, per a les dues magnituds, el temps i la intensitat de llum, i observeu el seu efecte al gràfic corresponent. Decidiu l'aspecte final que voleu que tingui el gràfic i guardeu-lo amb el nom de *Llum-temps suavitzat*.

Comparar gràfics

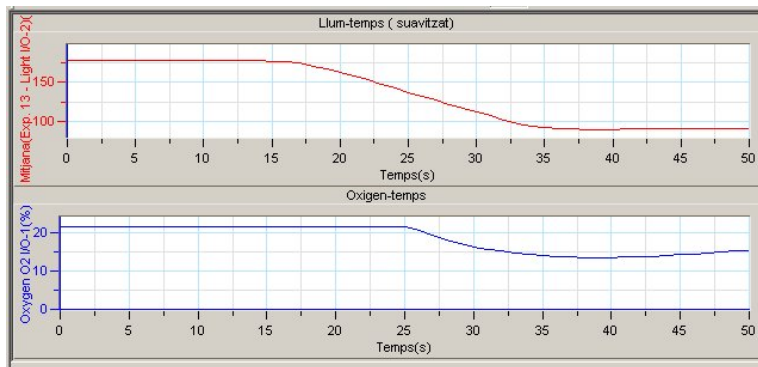
Podeu comparar dos conjunts de dades de la mateixa experiència si obriu una nova finestra amb



Dividir gràfic, i així disposareu dels gràfics 1 i 2 que podreu editar independentment. Com que el gràfic 1 ja el tenim editat,




editeu ara el gràfic 2 amb les dades del nivell d'oxigen.


Modifiqueu les propietats del gràfic 1 fins a arribar al resultat anterior. Noteu que només podeu modificar les propietats del gràfic 1 ja que és el que dona nom a l'arxiu gràfic.



Prediccions de gràfics

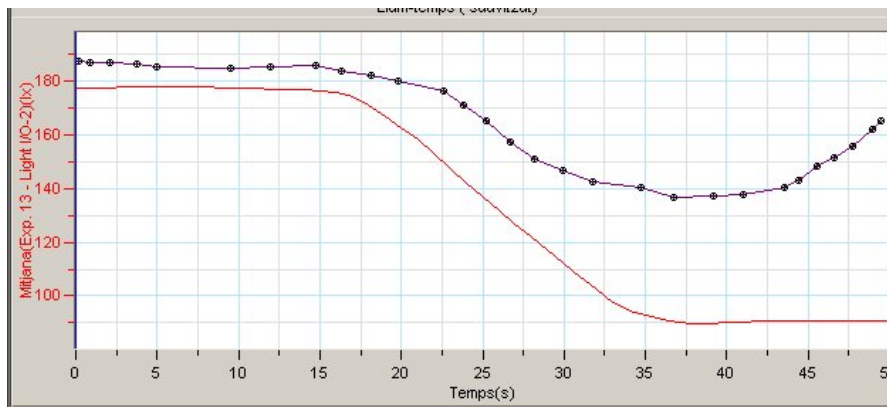
Sobre un gràfic determinat podem dibuixar les nostres prediccions de com es comportarà una magnitud relacionada amb les del gràfic.

Amb les icones Pausar/continuar predicció , Afegir predicció  i Esborrar corba de predicció  feu una predicció de com serà el gràfic Oxigen davant de temps

quan el tragueu per pantalla amb l'Edició de gràfic .

Podeu fer fins a tres prediccions amb colors diferents i si us cal esborrar-les.

Procureu arribar a un resultat com aquest.



Altres eines

Finalment la barra d'eines de gràfic també disposa de la icona Selecciona el zoom , que permet ampliar la part de la gràfica que vulguem i, si ens interessa, editar-la, donar-li nom i afegir-la al projecte. Així mateix podem desfer el zoom amb la funció

Autoescalat .

Si feu clic a **Exportar a Excel** podreu exportar les dades mostrades a la gràfica a Excel. MultiLab obrirà un nou llibre d'Excel mostrant les dades.

Anàlisi de dades

Ja hem vist que els cursors ens informen de les coordenades X i Y d'un punt i de les diferències entre dos valors de coordenades, dX i dY, a més de 1/dt. Per altra banda podem obtenir més informació, com l'equació del gràfic, amb les **Eines d'Anàlisi** del corresponent menú.



Les eines d'anàlisi només poden aplicar-se al conjunt de dades que es mostren a la finestra del gràfic.

Si tenim un únic cursor sobre el gràfic, l'anàlisi actua sobre totes les dades.


Si usem dos cursors, l'anàlisi es farà sobre la zona seleccionada.

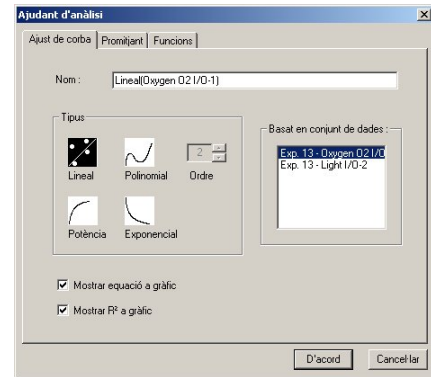
Ajust de corba

Obriu de nou el projecte Dog's Cave i seleccioneu del gràfic Oxigen-temps un marge de dades que vagi des que s'aboca el CO₂ fins que torna a augmentar la concentració d'oxigen.

Quina és l'equació de descens de concentració d'oxigen?

Per respondre ajustarem les dades a una corba que ens determini aquesta equació.

- Feu clic a **Ajudant d'Anàlisi**  a la barra d'eines principal.
- Seleccioneu
 - Basat en conjunt de dades. Exp 13-Oxygen O2 I/O1.
 - Tipus lineal.
 - Mostrar equació gràfic.
 - Mostrar R^2 gràfic.

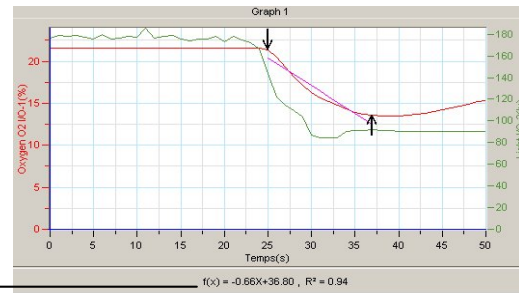


- Noteu que us apareix la recta de regressió determinada mitjançant el mètode dels mínims quadrats.

A la barra d'informació del gràfic se'ns mostra l'equació i el valor del coeficient de correlació R^2 que determina la bondat de l'ajust.

Una corba s'ajusta correctament al conjunt de dades quan el coeficient de correlació és molt pròxim a ± 1

$$f(x) = -0.66X + 36.80, R^2 = 0.94$$



- Com que sembla que les dades seleccionades s'ajusten a una paràbola ajustarem les dades a una corba de tipus polinomial d'ordre 2 (paràbola) i li demanarem que ens determini el coeficient de correlació.

$$f(x) = +0.049X^2 - 3.72X + 83.65, R^2 = 1.00$$



- Noteu que aquesta corba s'ajusta millor a les dades i que els dos ajustaments ens apareix en el mapa de dades com a :
Lineal (Oxygen O2 I/O-1) i Polinomial (Oxygen O2 I/O-1)
- Elimineu l'ajustament lineal del mapa de dades, i editeu un gràfic que contingui només les dades de l'ajustament polinomial davant el temps, doneu-li un nom i afegiu-lo al projecte.

Ajustaments de corba	
Lineal	$y = ax + b$
Polinomial	$y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$
Potencial	$y = \frac{a}{x^n}$
Exponencial	$y = ae^{bx}$

Promitjant

A la finestra d'ajudant d'anàlisi hi ha una eina amb el nom 'Promitjant' que ens permet suavitzar un gràfic. És una eina útil per reduir sorolls fortuïts, especialment si es vol aplicar qualsevol funció d'anàlisi a les dades. El procés de suavització consisteix a substituir cada punt del gràfic amb la mitjana dels seus punts veïns. Recordeu que la suavització d'un gràfic també es pot fer amb el botó de la barra de gràfic **Més suau**.

Suavitzeu les dades de llum a partir de l'ajudant d'anàlisi. Noteu que les dades resultants poden substituir les originals o bé aparèixer en una nova finestra.

- Determineu l'equació de descens de llum pel mateix rang de dades anterior i compareu les dues equacions.

Funcions

Així mateix l'ajudant d'anàlisi disposa d'un seguit de funcions que ens permetran fer càlculs a partir de les dades experimentals.

Especialment útil pot resultar la funció **Delta Y** $y = G_1 - G_1(t = 0)$.

Aquesta funció dibuixa una línia de la diferència entre la coordenada Y de cada punt i la coordenada Y del primer punt. Farem servir aquesta funció per fer coincidir el primer punt amb l'origen de coordenades.

Exploreu la finestra **Funcions** de l'ajudant d'anàlisi.

Ajustament manual de corba.


Aquesta eina del menú **Anàlisi** de la barra principal ens permet dibuixar una corba matemàtica, canviar els paràmetres de la corba fins que encaixin dins del conjunt de dades, i mostrar l'equació resultant.


Hi ha quatre tipus de corbes matemàtiques que pot dibuixar: lineal, quadràtica, exponencial i potencial.

Seleccioneu el marge de dades anteriors ajusteu-les manualment fins que l'equació sigui igual a la determinada mitjançant l'ajudant d'anàlisi.



Registre de dades amb el MultilogPro i transformació amb el Multilab

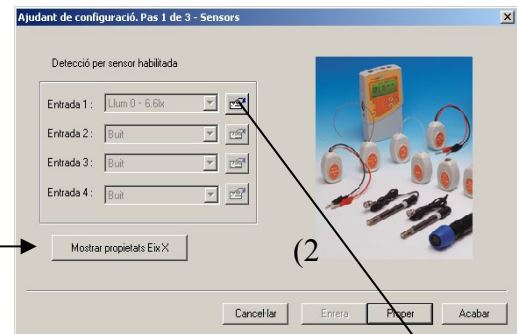
Hem vist fins ara el funcionament de la consola Multilog Pro i del programa Multilab. Vegem a continuació com s'integren els dos elements, és a dir, com es fa la captació de dades amb la consola i com es transformen amb el Multilab. Per exercitar-ho farem una captació de dades amb el sensor de llum.

- Obriu el programa Multilab, connecteu la consola a l'ordinador mitjançant el cable USB, aneu a **Configuració sistema**  i activeu el **Mode : Auto ID**,

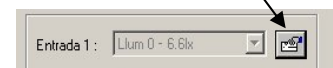
endolleu-hi el sensor de llum 0-6,6 Lx al sòcol I/O-1 i engegueu-la, cliqueu  i aneu a **Començar**

enregistrar 

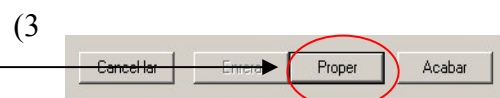
- Aneu a **Configurar**  **ajudant**  de la barra d'eines principal i exploreu les possibilitats de canviar les *Propietats de l'eix X* (1) que ofereix aquesta funció.



- Exploreu les possibilitats de canviar les unitats de *Mesura*, *Calibrar* i *Propietats* de les dades de l'*Entrada 1* (2) que es mostraran a l'eix Y.



- Cliqueu a **Proper** (3) i proveu totes les possibilitats de configuració de la captació.



- Freqüència
- Mode d'escalat

- Mode de gravació.

- Mesura única.

MultiLab obrirà un nou arxiu de projecte cada vegada que comenci una nova sessió de gravació.

- Substituir.

MultiLab mostrarà el nou conjunt de dades en el lloc de les antigues. Els conjunts de dades velles romandran accessibles en el mateix arxiu de projecte. Es llistaran al Mapa de Dades i podrà afegir-les a la mostra en qualsevol moment.

- Afegir.

MultiLab afegirà el nou conjunt de dades al gràfic al costat de les antigues. Al gràfic, s'hi poden mostrar un màxim de 8 conjunts de dades alhora.



- A la finestra següent es pot escollir entre.

- Durada de la captació.

- Per temps.
 - Per mostres.

Mostres de gravació totals = Freqüència x Període

- Disparant. S'inicia la captació només quan s'hagi assolit un temps o una condició de mesura específics. Per exemple: quan el nivell de llum superi els 2 Lx, o bé al cap de 2 minuts d'haver començat una experiència.

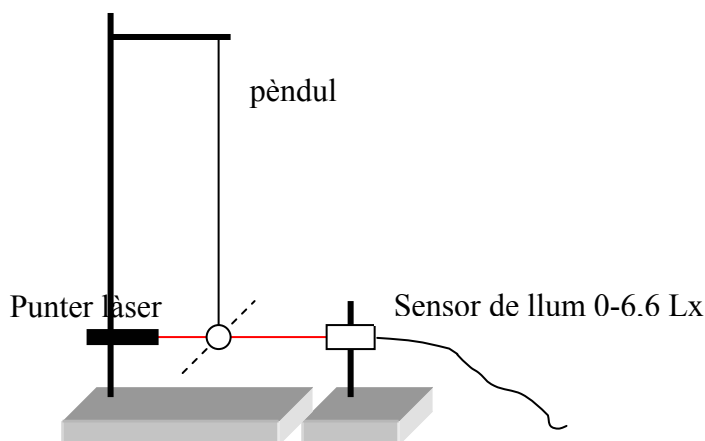


- Esborrar memòria.


Quan inicia la nova captació esborra les dades que té emmagatzemades el MultilogPro.

Captació amb sensors

Configureu el sensor de llum 0-6,6 Lx i proveu com pot funcionar de fotoporta, per exemple per determinar la velocitat d'un pèndol en la seva part més baixa.



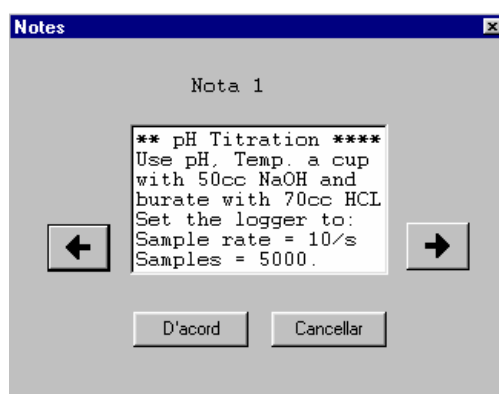
La descàrrega d'arxius

Un cop heu captat dades si voleu les podeu descarregar de la consola al Multilab mitjançant la icona **Descarregar**  o bé clicant **Enregistrator/ descàrrega selectiva** a la mateixa barra de menús.

L'edició de notes de Prova Multilog Pro.

Com ja hem vist es poden editar notes i descarregar-les a la consola per poder fer treball de camp o bé recordar algunes orientacions a l'alumnat.

Seguiu les orientacions següents i editeu alguna nota corresponent a l'ús del sensor de llum com a fotoporta.



- Connecteu MultiLog Pro al PC.
- Seleccioneu **Editar notes** del menú **Enregistrator** per obrir el quadre de diàleg **Notes** amb les notes de prova del MultiLog Pro descarregades a la finestra.
- Des d'aquest quadre de diàleg, podeu editar, esborrar o escriure noves notes.

Nota: Una nota de prova es limita a 140 caràcters i es poden emmagatzemar un màxim de 5 notes al MultiLog Pro en qualsevol moment.

- Feu servir les fletxes per anar a la següent nota o a la prèvia.
- Feu clic a Acceptar per pujar les notes editades a MultiLog Pro.

Calibratge dels sensors

La majoria dels sensors de l'equip MultilogPro són sensors lineals, és a dir, el nivell de sortida de cada sensor canvia d'acord amb l'equació:

$$Y = aX + b \quad \text{On}$$

Y – Tensió de sortida del sensor, que varia entre 0 i 5 volts.

X - Senyal d'entrada al sensor.

a – Guany del sensor.

b – Offset del sensor.

El procediment de calibratge ens permet controlar la part d'Offset i en alguns casos, fins i tot, el guany del sensor.

El MultilogPro permet 4 tipus diferents de calibratge:

- Calibratge de fàbrica.
- Calibratge automàtic mitjançant el pas per zero del Multilog Pro.
- Calibratge de sensors mitjançant el Multilab.
- Calibratge de l'Offset per hardware.

Calibratge de fàbrica

Tots els sensors digitals que són essencialment temporitzadors surten de fàbrica totalment calibrats, i no pateixen cap degradació en la seva precisió, per tant, no requereixen calibratge.

Un exemple de sensor d'aquest tipus és el sensor de distància, que mesura el temps que passa des que envia un pols d'ona sonora fins que rep l'ona reflectida.

Calibratge automàtic mitjançant el pas per zero

MultilogPro es capaç de calibrar automàticament el desplaçament offset pels sensors analògics de manera precisa, ràpida, i per a cada nou experiment. A més, el mètode de calibratge es bastant senzill.

Cada cop que es connecta un sensor, la consola enregistradora comprova si el sensor seleccionat mesura el zero d'aquest sensor amb un error major a 2%. En cas que l'error superi aquesta xifra, el MultilogPro posa a zero el valor enregistrat pel sensor.

Perquè aquest mètode sigui efectiu hem de posar en condició de magnitud zero el sensor que volem calibrar. És a dir, hem d'assegurar-nos que els sensors estan mesurant el zero de la magnitud en el moment d'endollar-los a la consola.

Sensors que poden requerir aquest ajustament:

- Temperatura. Se situa el sensor entre glaçons de gel.
- Phmetre. S'insereix en una solució de pH=7, per exemple, aigua destil·lada.
- Llum. Es tapa de tal manera que no rebi gens de radiació solar.
- Voltímetre. Es fa un curtcircuit amb els seus elèctrodes per tal de produir un zero en voltatge.
- Amperímetre. Es deixa el sensor en circuit obert.
- Micròfon. Es tapa perquè no pugui captar cap pertorbació sonora.
- Força. Es penja sense cap càrrega.

Per compensar el sensor de pH davant els canvis de temperatura, cal connectar a l'entrada 1 el sensor de temperatura i el de pH a l'entrada 2, en aquest moment el MultiLog Pro mostrarà en la pantalla el valor compensat de pH.

Calibratge mitjançant el Multilab

MultiLab permet calibrar qualsevol dels sensors manualment. Aquest calibratge és molt més acurat que el calibratge executat pel MultiLog Pro. Amb MultiLab, es pot calibrar el sensor fent servir dos punts en lloc de l'ajustament o calibratge automàtic de l'offset mitjançant un únic punt" que utilitza el MultiLog Pro.

Seguiu les orientacions per calibrar el sensor de conductivitat del vostre equip.

- Connecteu MultiLog Pro al PC.
- Seleccionen l'opció **Calibrar sensors** del menú **Enregistrador**.
- Seleccionen un sensor de la llista desplegable de **Seleccionar sensor** i cliqueu **Acceptar**.
- Cliqueu a la pestanya de **Calibració**.
- Introduïu un valor real diferent a cadascun dels quadres d'edició de **Valor real** i els valors de mesura corresponents a cadascun dels quadres d'edició del **Valor mesurat** (Els valors mesurats són els mostrats pel MultiLab quan mesura els dos valors reals).
- Cliqueu **Acceptar**.

Els paràmetres del sensor calibrat es guardaran, i així no s'haurà de calibrar el MultiLog Pro cada vegada que executeu el programa MultiLab.

Per tornar al calibratge per defecte de qualsevol sensor, seleccionen el sensor i cliqueu a la tecla **Restablir valors per defecte**.

Calibratge de l'offset per hardware -calibratge manual.

Aquest calibratge es pot realitzar mitjançant el bis d'un potenciòmetre situat dins de determinats sensors.

El procediment consisteix a mesurar una determinada magnitud amb el sensor del Multilog Pro i simultàniament mesurar la mateixa magnitud amb un instrument de mesura calibrat. Es comparen les mesures i es gira el bis del potenciòmetre fins que el sensor del MultilogPro assenyali el mateix valor que l'instrument calibrat.



Aquesta mesura s'ha de fer a la meitat del rang de mesura del sensor.

Sensors que poden requerir aquest ajustament:

- Conductímetre.
- pH, en casos excepcionals, ja que de fet es calibra automàticament.
- Pressió absoluta. En cas de notar alguna variació significativa.
- Distància. En cas de notar alguna variació significativa.

Un exemple de calibratge manual

Busqueu en el manual “Uso de los sensores” de la documentació Multilog Pro que teniu a la carpeta corresponent del disc D:\ la informació sobre el sensor de conductivitat.

Seguiu les instruccions per calibrar-lo

- Endolleu el sensor.
- Submergiu el sensor en la solució de conductivitat coneguda.
- Comenceu la recopilació de dades.
- Inseriu un tornavís de boca plana a l'orifici de calibratge i gireu-lo lentament fins que el valor mesurat sigui exactament el mateix que el valor de referència.



Un cop realitzada aquesta operació el sensor queda calibrat.

Annex II. Introducció al programa Vidshell

Requisits mínims del sistema per al funcionament de Vidshell

El programa Vidshell necessita funcionar en el sistema operatiu Microsoft® Windows® 3.11 o superior. Un ordinador amb un processador 80486DX/33 o superior i amb 8 Mb de memòria RAM (amb 12 Mb de RAM el funcionament és millor). És imprescindible disposar d'un mínim de 9 Mb de memòria lliure en el disc dur per a guardar-hi l'arxiu executable, en cas de que també es vulguin instal·lar els vídeos de mostra serà necessari disposar de 31 Mb més.

Important: Vidshell ha estat dissenyat per a treballar amb una resolució de pantalla de 640x480 i els vídeos amb que pot treballar han d'estar amb una resolució de 320x240 píxels i en el format *.avi.

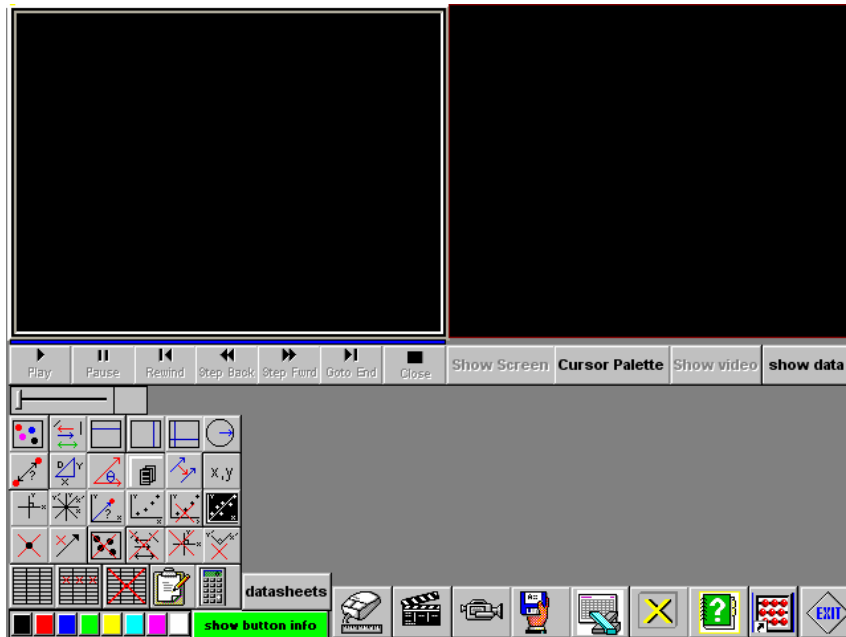
Instal·lant Vidshell

Vidshell és fàcil d'instal·lar. Primerament s'ha de baixar l'aplicació i els arxius de vídeo(en el cas que no es tingui en un CD). Un cop s'ha realitzat aquest procés s'han de realitzar els passos següents per a instal·lar el programa:

1. Obri la carpeta en que ha guardat l'arxiu *vidshell.exe* i faci doble clic damunt de la seva icona. Seguidament s'iniciarà el programa d'instal·lació.
2. Una vegada s'hagi instal·lat el programa en si, s'instal·larà el *pack* de vídeos que tenen de nom *clips.exe*. El procés per instal·lar aquest *pack* és el mateix que el descrit en el punt 1.
3. Un cop s'ha finalitzat l'instal·lació dels vídeos, ja es pot obrir el programa. Faci clic en *Mi Pc* i localitzi el subdirectori on ha instal·lat Vidshell. Un cop l'hagi trobat busqui l'arxiu *tb60rtm.exe* i faci doble clic damunt de la seva icona.
4. S'obrirà una finestra amb només una aplicació a dins: *vidshell.tbk* Faci doble clic damunt d'aquest arxiu per executar Vidshell.

Iniciant una sessió en Vidshell

Després de realitzar els punts 3 i 4 de l'apartat anterior, apareixerà una pantalla inicial. Cliqueu ha qualsevol punt de la pantalla per a entrar en el programa pròpiament dit. En fer això apareixerà en la pantalla una imatge com la següent:

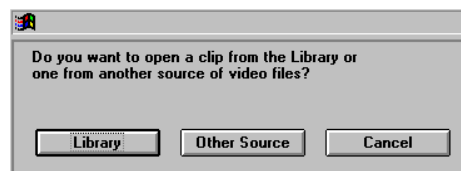


La millor forma per aprendre a utilitzar correctament aquest programa es realitzar diverses pràctiques amb ell, però primerament conegui el significat de cada icona i com es realitzen les funcions bàsiques.

Com obrir un vídeo i reproduir-lo



Els arxius s'obren clicant en el botó que té forma de videocamera. Tot seguit apareixerà una finestra de diàleg com la següent:



Es pot obrir un arxiu des de dues llibreries diferents, una la que té predeterminada Vidhsell i l'altra la que determini l'usuari. Per a obrir els de la carpeta del Vidshell trieu l'opció *Libray*, per l'altra banda si es desitja obrir un arxiu d'una altra carpeta, premeu *Other Source*.

Independentment de l'opció triada, seguidament apareixerà un quadre de diàleg en que apareixeran els diferents arxius i llavors el que s'ha de fer es seleccionar el que es desitja.

Controlant la reproducció d'un vídeo clip

Sota la part de la pantalla dedicada a l'aparició del vídeo clip es troben situats els diferents botons de control per tal de controlar la reproducció del clip que s'hagi seleccionat. Les funcions són les següents: *Play*, reproduueix el clip des del començament fins al final. *Pause*, atura la reproducció del vídeo en el moment que

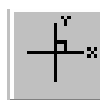
s'apreta. *Rewind*, posa el vídeo en el seu fotograma inicial. *Step Back* i *Step Forward*, fan retrocedir o avançar respectivament un fotograma del clip. *Go to end*, posiciona el vídeo en el seu últim fotograma. Clicant sobre el botó *Close* es tancarà el clip.



El "slider" permet fer avançar o retrocedir el vídeo mentre s'apreta amb el botó esquerre a sobre d'ell i es desplaça horitzontalment endavant o endarrera.



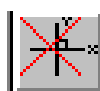
Tot seguit clicarem sobre aquesta icona i calibrarem la distància coneguda en el vídeo clicant i arrossegant el ratolí per sobre de la longitud coneguda en línia recta, tot seguit el programa ens preguntarà el valor d'aquesta distància i hem d'escriure primer el valor numèric i després les unitats en les que està expressat.



Després farem anar aquesta icona per marcar un eix de coordenades sobre les imatges del vídeo el qual prendrem com a referència per calcular les distàncies convenients.



Després d'aquest punt, si es vol es pot canviar el color de les línies o punts utilitzats sobre els fotogrames del vídeo, clicant a sobre d'aquestes icones, a efectes de no confondre's.



Si ens equivoquem a l'hora d'establir l'eix de coordenades el podem esborrar clicant sobre aquesta icona. Un cop s'hagi esborrat s'haurà de repetir el procés explicat anteriorment.

En acabat clicarem sobre aquesta altra icona que serà amb la que començarem a obtenir dades, ens preguntarà la velocitat a la que la camera filma (els fotogrames per segon). Tot seguit ja podem començar a prendre dades clicant sobre les imatges.



Si ens equivoquem en prendre alguna mesura la podem esborrar clicant sobre aquesta icona i després sobre el punt que està equivocat. S'ha de tenir en compte que després haurém de tornar a clicar la icona del punt anterior per seguir prenent dades.



Si hi ha massa errors i preferim esborrar totes les mesures preses només hem de clicar sobre aquesta icona. També s'ha de tenir en comte que per seguir prenent dades haurém de tornar a clicar a sobre la icona de dos punts mes amunt.



Segurament en el primer moment no veurem les dades que anem recollint, per poder fer-ho clicarem sobre aquesta icona fins que les vegem en el requadre superior dret de la pantalla.



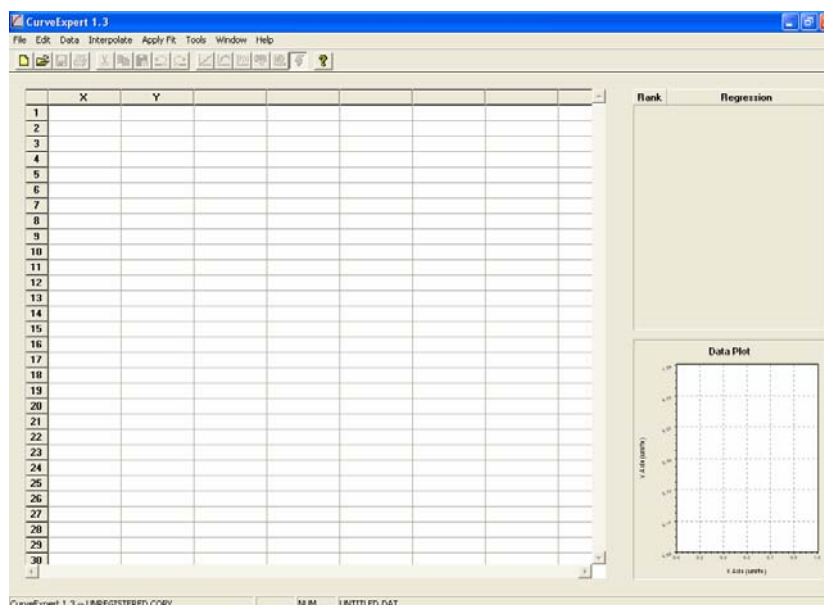
Si tenim algun problema per seguir els passos ens podem ajudar d'aquest botó que farà que se'ns aparegui una definició (tot i que en anglès) de cada icona quan hi passem per sobre.



No cal dir que quan haguem acabat d'obtenir dades només haurem de fer clic sobre aquesta icona per sortir del programa.





Annex III. Introducció al programa Curve Expert

Una vegada s'hagi instal·lat i obert el programa Curve Expert apareixerà en la pantalla de l'ordinador una imatge com la següent:




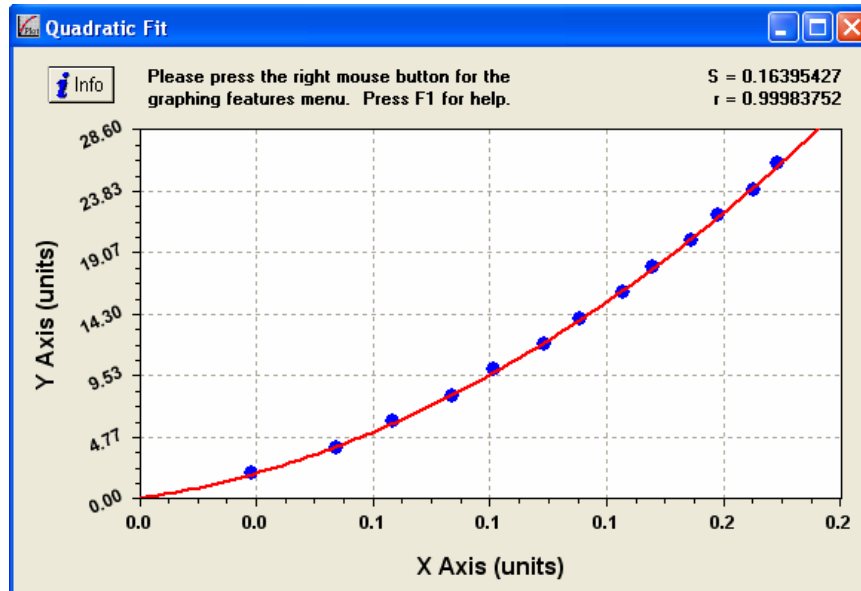
Seguidament s'han d'introduir les dades que es vulguin representar gràficament. Les dades que han d'anar a l'eix horitzontal s'introduiran en la columna X i les que hagin d'estar representades en l'eix vertical es posaran en la columna Y .

Un cop ja tinguem introduïdes totes les dades a representar es realitzarà una operació diferent depenent del tipus de funció a què es vol ajustar el conjunt de dades. Aquestes diferents operacions són les següents:

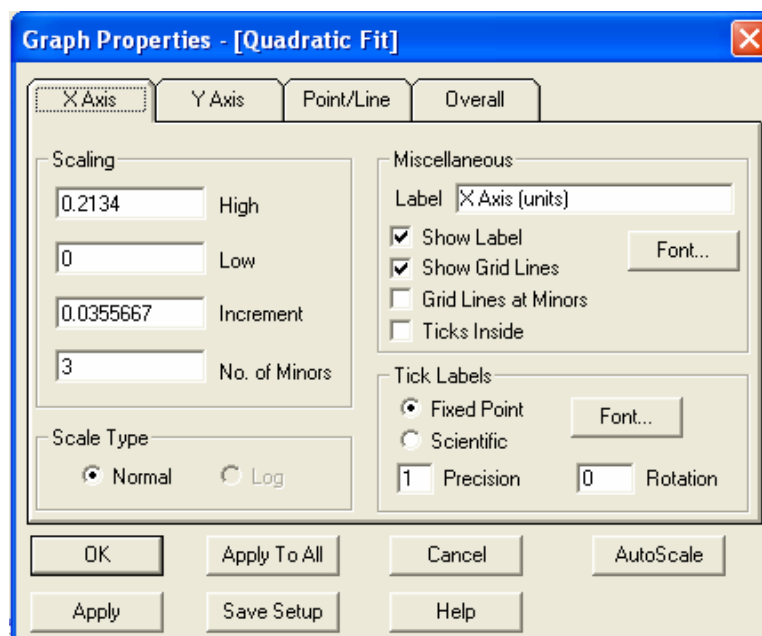
- En cas de que les dades tinguin una regressió lineal s'ha de clicar sobre la icona .
- Si les dades tenen una correlació quadràtica (s'ajusten a una paràbola) clicarem la icona .
- Si les dades tenen tendència a una correlació polinomial s'ha de clicar sobre la icona .
- En el cas de que les dades que es volen representar no presentin cap dels casos anteriors, s'ha de clicar en la icona  i seguidament ens sortirà una llista de diferents regressions. Llavors el que s'ha de fer es buscar la que més s'adapti a les nostres dades i seleccionar-la.

Encara que a vegades no doni uns resultats tan precisos com els que s'obtenen amb el pas expressat anteriorment, si es desconeix el tipus de correlació que poden tenir les

nostres dades es pot utilitzar el *CurveFinder* que s'activa clicant en la icona  i que s'encarrega de buscar el tipus de correlació que millor s'adapta a les nostres dades. Un cop realitzar aquests processos, se'ns obrirà una finestra en que apareixerà la representació gràfica de les dades introduïdes. Aquest és un exemple de la finestra que s'obrirà:

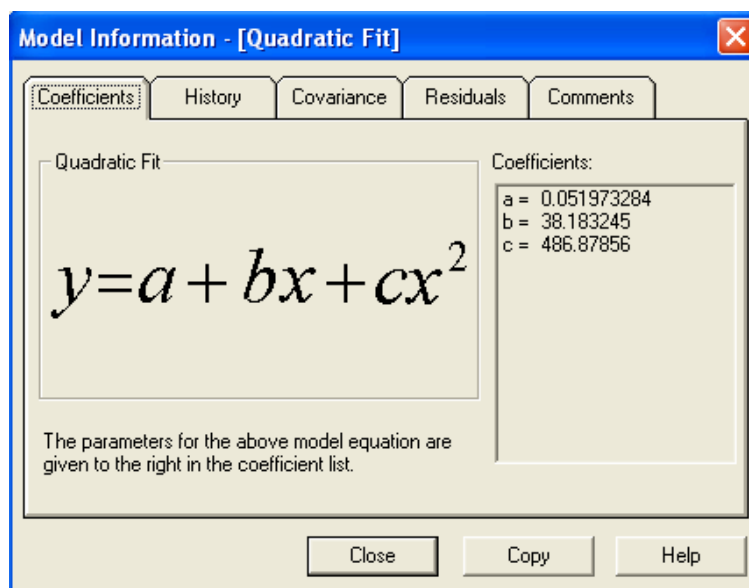


Un cop ens hagi aparegut la finestra amb la representació gràfica de les dades, clicarem amb el botó dret del ratolí a sobre de la imatge i després anirem a *Graph Properties*. Al realitzar aquesta operació s'obrirà una finestra semblant a la següent:



Amb aquesta finestra es poden canviar les propietats gràfiques del gràfic realitzat. Les operacions més comuns que es realitzen són: donar nom a cada eix i seleccionar el nombre de decimals amb que apareixen els números en pantalla.

Un cop ja s'hagi arreglat l'aparença del gràfic tornarem a clicar amb el botó dret del ratolí damunt del gràfic, però aquesta vegada anirem a *Information*. En realitzar aquesta operació se'ns obrirà una finestra semblant a la següent:



Com es pot observar, en aquesta finestra se'ns diu a quin tipus de funció han estat aproximades les dades i també ens diu els coeficients de cada un dels components de la funció de les dades.