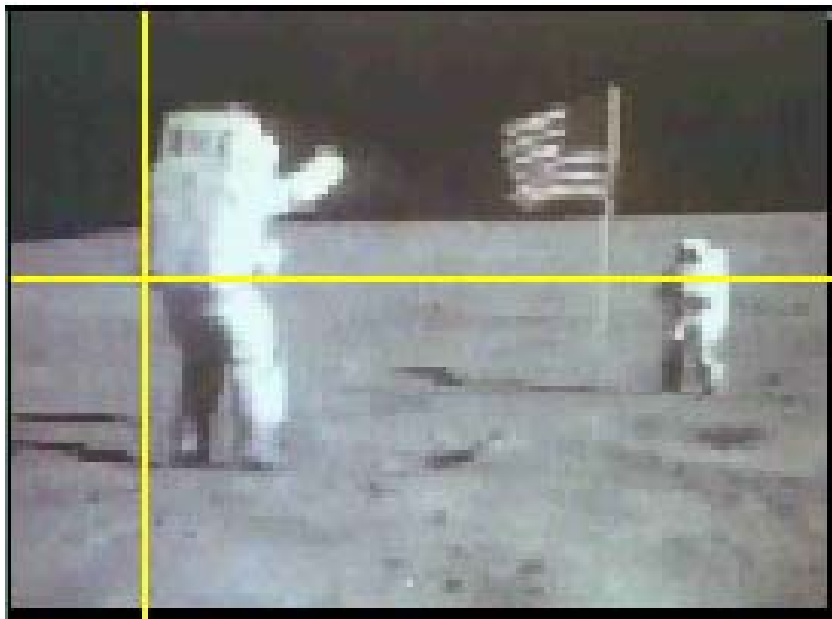


DETERMINACIÓ EXPERIMENTAL DE L'ACCELERACIÓ DE LA GRAVETAT A LA SUPERFÍCIE DE LA LLUNA



Alumna: Noemí Aguiló Aguayo
Tutor: Anicet Cosials Manonelles
IES Guindàvols
Premi CIRIT 2001

ÍNDEX

1. INTRODUCCIÓ 4-5

2. PLANTEJAMENT DEL PROBLEMA . . . 6-7

2.1. Problema I

2.2. Problema II

2.3. Problema III

2.4. Problema IV

3. METODOLOGIA 8 - 23

3.1. CONEIXEMENTS PREVIS

3.1.1. MISSIONS A LA LLUNA

3.1.2. LLEI DE LA GRAVITACIÓ UNIVERSAL

3.1.3. MOVIMENT RECTILINI UNIFORMEMENT
ACCELERAT

3.2. EMISSIÓ D'HIPÒTESIS

3.2.1. Hipòtesi I

3.2.2. Hipòtesi II

3.3. DISSENY EXPERIMENTAL

3.3.1. Experiment I

3.3.2. Experiment II

3.3.3. Experiment III

3.3.4. Experiment IV

3.3.5. Experiment V

3.3.6. Experiment VI

4. RESULTATS OBTINGUTS . . . 24 - 39

5. INTERVALS DE CONFIANÇA . . . 40, 41

6. CONCLUSIONS . . . 42, 43

7. BIBLIOGRAFIA . . . 44

8. ANNEXE . . . 45, 46

1. INTRODUCCIÓ

*“That’s one small step for a man,
one giant leap for mankind”*

(Aquest és un petit pas per l’home,
un salt de gegant per la humanitat.)

Neil Armstrong

A tots ens sonen aquestes paraules. Unes paraules que recordarem tota la vida.

Ningú no va saber ni sabrà quins van ser els motius que van cridar l’atenció dels homes a arribar a la Lluna. Els uns diuen que aquest interès prové de la necessitat de l’ésser humà a explorar i descobrir, que l’indueix a mirar d’arribar on ningú abans ha arribat. Els altres afirmen que aquesta necessitat d’arribar la Lluna provenia de l’ambició i rivalitat d’aquelles dues superpotències dels anys 60, l’URSS i els EUA, que constantment volien demostrar la seva superioritat mitjançant el desafiament a l’espai exterior. I la resta d’opinions utilitzaven per defensar aquest impuls d’aconseguir el que és impossible, l’excusa d’una necessitat d’ampliar els nostres coneixements sobre la Terra, el Sistema Solar i l’Univers. Però fossin quins fossin els motius que van impulsar l’home a arribar a Lluna, aquests van ser suficients per desafiar la realitat i aconseguir l’objectiu de molts somiadors.

Ara, hem tornat a desafiar la realitat i un cop més hem aconseguit el nostre propòsit. Un propòsit que ni el temps ni les distàncies ens l’arravataran. Un propòsit que està associat amb l’activitat que més ens agrada als homes: jugar, jugar amb allò que és nostre, jugar amb allò que ens pertany i que res ni ningú s’atreveixi a agafar-nos-ho, perquè allò que va ser nostre, ara també ho serà.

Determinació experimental de l'acceleració...

Vam anar a la Lluna i ara volem el que ens pertany, volem les nostres imatges, les imatges dels nostres astronautes trepitjant la superfície lunar, unes imatges amb què ja podem jugar i conservar, perquè disposem d'una nova amiga que ens acompanyarà tota la vida, la nova tecnologia.

Des d'aquí, us animo a lluitar per allò que és nostre, per allò que vam viure i per allò que forma part de les nostres vides. Us animo a mantenir viva la nostra memòria, els nostres records, perquè us asseguro que, en el futur, seran l'única cosa que conservarem.

La idea de fer aquest treball va sorgir una inesperada nit, mentre buscava informació per internet sobre una de les missions a la Lluna, Apol·lo XV, per a un possible treball de recerca pel pròxim any.

De sobte, involuntàriament, vaig trobar un fitxer avi on sortia un astronauta realitzant un salt a la superfície de Lluna i vaig formular-me una sèrie de preguntes les quals han estat el fonament d'aquest treball. Encara que sabia que existia una fórmula que et permetia calcular l'acceleració de la gravetat de qualsevol planeta, satèl·lit... vaig preguntar-me com podia calcular l'acceleració prescindint d'aquella fórmula i només utilitzant el fitxer avi que acabava de trobar.

Aviat va aparèixer el meu primer inconvenient, com podia treballar amb aquelles imatges? Vaig estar parlant amb uns amics de l'escola que entenen bastant sobre ordinadors i em van informar sobre l'existència del programa Vidshell, un programa que et permetia el tractament dels fitxers avi. En un principi dubtava de l'eficàcia d'aquest programa, però un cop realitzat el treball vaig eliminar ràpidament tots els meus dubtes.

L'objectiu d'aquest treball és respondre totes les preguntes que em faig fer el dia que vaig trobar el fitxer avi *mondsprung* i que tant em van commoure.

Espero i desitjo amb il·lusió que la meva curiositat i commoció per aquest treball sigui compartida per vosaltres.

2. PLANTEJAMENT DEL PROBLEMA

Encara que la llei de la gravitació universal d'Isaac Newton possibilita el càlcul teòric de l'acceleració de la gravetat a la superfície de qualsevol planeta, satèl·lit o astre si es coneixen, les masses i els radis d'aquests, nosaltres ens hem plantejat una nova manera de calcular l'acceleració de la gravetat, gràcies a les possibilitats que les noves tecnologies ens ofereixen.

Tenint en compte que l'ésser humà ha trepitjat la superfície de la Lluna i que la comunitat científica internacional disposa d'informació i dades tècniques sobre aquest satèl·lit que han estat obtingudes principalment a partir de les missions Apol·lo, en especial, la missió Apol·lo XV i a les quals hi tenim accés, em plantejo els següents problemes:

2.1. Problema I

- El salt vertical d'un astronauta a la superfície de la Lluna és un moviment rectilini uniformement accelerat?

2.2. Problema II

- Si el moviment de caiguda lliure a la superfície de la Lluna fos un moviment rectilini uniformement accelerat, hi ha alguna possibilitat de calcular l'acceleració gravitatòria amb les disponibilitats que les noves tecnologies ens ofereixen?

2.3. Problema III

- **Amb quina velocitat s'enlaire un astronauta en realitzar un salt a la superfície de la Lluna?**

Determinació experimental de l'acceleració...

2.4. Problema IV

- **Quina és l'altura màxima assolida per un astronauta en realitzar un salt a la superfície de la Lluna?**

3. METODOLOGIA

3.1. CONEIXEMENTS PREVIS

3.1.1. MISSIONS A LA LLUNA

Encara que a principis dels anys seixanta la Lluna semblava un objectiu impossible, els EUA i l'URSS van treballar amb molt d'entusiasme i eficàcia amb la finalitat de desenvolupar la tecnologia que els permetés intentar d'arribar a aquest objectiu. Aquest va ser el començament del que després s'anomenaria la carrera espacial.

1959



Lunik 1 – 2 de Gener del 1959 – Sonda espacial



Pioneer 4 – 3 de Març del 1959 – Sonda espacial



Lunik 2 – 12 de Setembre del 1959 – Impacte a la Lluna

Lunik 3 – 4 d'Octubre del 1959 – Exploració de la Lluna

1961



Ranger 1 – 23 d'Agost del 1961 – Intent d'enlairar-se

Ranger 2 – 18 de Novembre del 1961 – Intent d'enlairar-se

1962



Ranger 3 – 26 de Gener del 1962 – Intent d'aterrar, impacte

Ranger 4 – 23 d'Abril del 1962 – Intent d'aterrar, impacte

Ranger 5 – 18 d'Octubre del 1962 – Intent d'aterrar, impacte

Determinació experimental de l'acceleració...

1963



Lunik 4 – 2 d'Abril del 1963 – Sonda espacial

1964



Ranger 6 – 30 de Gener del 1964 – Impacte

Ranger 7 – 28 de Juliol del 1964 – Impacte

1965



Ranger 8 – 17 de Febrer del 1965 – Impacte

Ranger 9 – 21 de Març del 1965 – Impacte



Lunik 5 – 9 de Maig del 1965 – Impacte

Lunik 6 – 8 de Juny del 1965 – Intent d'aterrar

Zond 3 – 18 de Juliol del 1965 – Sonda espacial

Lunik 7 – 4 d'Octubre del 1965 – Impacte

Lunik 8 – 3 de Desembre del 1965 – Impacte

1966



Lunik 9 – 31 de Gener del 1966 – S'atterra

Lunik 10 – 31 de Març del 1966 – Fotografiar la Lluna



Surveyor 1 – 30 de Maig del 1966 – S'atterra

Lunar Orbiter 1 – 10 d'Agost del 1966 – Fotografiar la Lluna



Lunik 11 – 24 d'Agost del 1966 – Fotografiar la Lluna

Lunik 12 – 22 d'Octubre del 1966 – Fotografiar la Lluna



Lunar Orbiter 2 – 6 de Novembre del 1966 – Fotografiar la Lluna



Luna 13 – 21 de Desembre del 1966 – S'aterra

Determinació experimental de l'acceleració...

1967



Lunar Orbiter 3 – 4 de Febrer del 1967 – Fotografiar la Lluna

Surveyor 3 – 17 d'Abril del 1967 – S'aterra

Lunar Orbiter 4 – 8 de Maig del 1967 – Fotografiar la Lluna

Lunar Orbiter 5 – 1 d'Agost del 1967 – Fotografiar la Lluna

Surveyor 5 – 8 de Setembre del 1967 – S'aterra

Surveyor 6 – 7 de Novembre del 1967 – S'aterra

1968



Surveyor 7 – 7 de Gener del 1968 – S'aterra



Lunik 14 – 7 d'Abril del 1968 – Fotografiar la Lluna

Zond 5 – 15 de Setembre del 1968 – Tornada de la Sonda espacial

Zond 6 – 10 de Novembre del 1968 – Tornada de la Sonda espacial



Apollo 8 – 21 de Desembre del 1968 – S'enlaira nau tripulada

1969



Apollo 10 – 18 de Maig del 1969 – Fotografiar la Lluna



Lunik 15 – 13 de Juliol del 1969 – Fotografiar la Lluna



Apollo 11 – 16 de Juliol del 1969 – Aterra la nau tripulada



Zond 7 – 7 d'Agost del 1969 – Tornada de la Sonda espacial



Apollo 12 – 14 de Novembre del 1969 – Aterra nau tripulada

1970



Apollo 13 – 11 d'Abril del 1970 – Nau tripulada (fracàs)



Lunik 16 – 12 de Setembre del 1970 – Retorn de la Mostra

Zond 8 – 20 d'Octubre del 1970 - Retorn de la Sonda espacial

Lunik 17 – 10 de Novembre del 1970 – Perduda per l'espai

1971



Apollo 14 – 31 de Gener del 1971 – Aterra nau tripulada

Apollo 15 – 26 de Juliol del 1971 – Primer "rover"



Lunik 18 – 2 de Setembre del 1971 – Impacte

Lunik 19 – 28 de Setembre del 1971 – Fotografiar la Lluna

1972



Lunik 20 – 14 de Febrer del 1972 – Retorn de la mostra



Apollo 16 – 16 d'Abril del 1972 – Aterra nau tripulada

Apollo 17 – 7 de Desembre del 1972 – Aterra nau tripulada

1973



Lunik 21 – 8 de Gener del 1973 – Perduda per l'espai

1974



Lunik 22 – 2 de Juny del 1974 – Fotografiar la Lluna

Lunik 23 – 28 d'Octubre del 1974 – S'atterra

1976



Lunik 24 – 14 d'Agost del 1976 – Retorn de la mostra

1990



Hiten – 24 de Gener del 1990 – Sonda espacial i Fotografiar la Lluna

1994



Clementine – 25 de Gener del 1994 – Fotografiar la Lluna

1997



Lunar Prospector – 23 de Novembre del 1997 – Fotografiar la Lluna

AsiaSat 3/HGS-1 – 24 de Desembre del 1997 – Sonda espacial Lunar

2002



SMART 1 – A finals del 2001 està previst enlairà una sonda espacial

APOL·LO XV

L'Apol·lo XV va ser el quart Apol·lo en portar els homes a la Lluna. David Scott, Alfred Worden i James Irwin van iniciar el 26 de juliol del 1971 l'estudi dels Apenins Hadley. El seu pla va ser explorar la regió, desenvolupar experiments i estudiar la geologia dels Apenins de Hadley. A part de les feines geològiques, van desenvolupar feines d'enginyeria com intentar millorar el mòdul lunar i estudiar els possibles canvis en el vestit espacial.

L'Apol·lo XV va continuar utilitzant el MET (vehicle de quatre rodes que tenia quatre punts d'estabilitat). El MET portava eines manuals, una càmera de vídeo i una taula de treball. La major part dels experiments desenvolupats durant l'Apol·lo XV no es van poder realitzar sense el vehicle de passeig lunar o LRV, que era un vehicle lleuger, el seu pes era de 209 kg a la Terra i arribava a una velocitat de 13 Km/h, funcionava amb dues bateries de 36V. Aquesta missió va finalitzar el 7 d'Agost del 1971.

Les imatges de vídeo que disposem corresponen a aquesta missió. Com hem esmentat anteriorment, el MET contenia una càmera de vídeo, suposem que les imatges que hem utilitzat per realitzar l'experimentació corresponien a la càmera de cinema super8 que els astronautes disposaven en aquesta missió.

3.2. LA LLEI DE GRAVITACIÓ UNIVERSAL

Alguns biògrafs de Newton diuen que la inspiració per formular la llei li va venir quan un dia, mentre meditava, li va caure una poma sobre el cap. En temps de Newton se sabia que hi havia una força que actuava arreu i gràcies a la qual tots els cossos eren atrets cap al centre del nostre planeta. Es creia que l'acció d'aquesta força era igual a qualsevol lloc de la Terra, tant al nivell del mar com a la muntanya més alta.

Newton es preguntà: fins on pot arribar l'acció de la força de la gravetat? La qüestió següent era si la Lluna també queia cap al centre de la Terra.

La primera de les seves lleis estableix que, si no hi actua cap força, tots els cossos es desplacen amb un moviment uniforme i rectilini. Però, en el cas de la Lluna, ens trobem que descriu un moviment circular. Per tant, podem deduir que deu ser la força de gravetat de la Terra la que impedeix que la Lluna

es perdi a l'infinit mitjançant un moviment rectilini i uniforme. Calia calcular, doncs, quina era la força necessària per tal de retenir el nostre satèl·lit dins la seva òrbita.

D'aquesta manera va arribar a formular l'anomenada "Llei de la gravitació universal", que es pot enunciar així:

"Tots els cossos materials s'atrauen conforme el producte de les seves masses dividit pel quadrat de la distància que els separa".

Llei de gravitació universal:

$$\vec{F} = -G \frac{M m}{r^2} \vec{u}_r$$

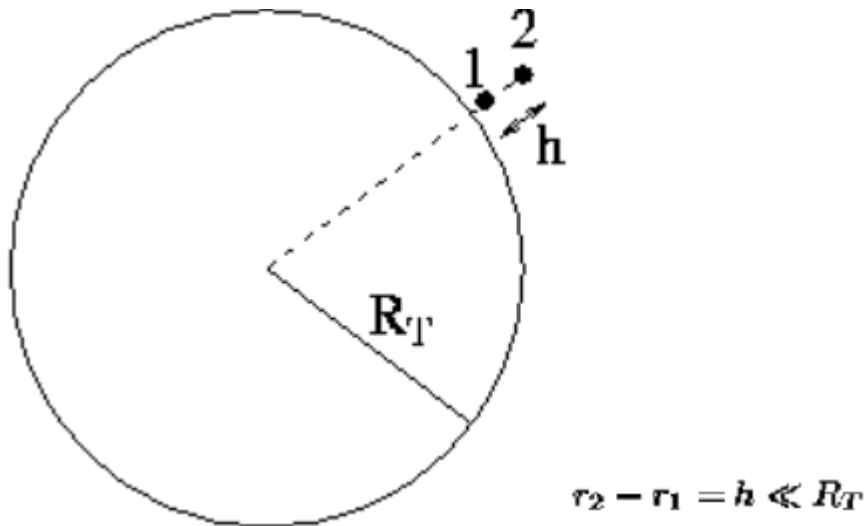
- Constant de gravitació universal:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$

- La força de gravitació és constant, per tant conservativa. Podem definir una energia potencial gravitatòria.

$$U_g(r) = -G \frac{M m}{r}$$

- Aproximació de V_g a prop de la superfície terrestre.



$$U_g(r_2) - U_g(r_1) = -GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \simeq \frac{GM}{R_T^2} mh$$

$$\Rightarrow \boxed{U_g(h) = mgh} \quad g \equiv \frac{GM}{R_T^2} \text{ acceleració de la gravetat}$$

- Pes a prop de la superfície terrestre:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{(R_T + h)^2} \vec{u}_r \simeq m\vec{g}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}mv_r^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r}$$

Determinació experimental de l'acceleració...

5.3 MOVIMENT RECTILINI UNIFORMEMENT ACCELERAT

El moviment d'un cos és uniformement accelerat quan la seva acceleració és constant, per tant, l'acceleració mitjana i l'acceleració instantània coincideixen.

Fórmules:

Per calcular l'acceleració $\Rightarrow a = \Delta v / \Delta t$

Per calcular la velocitat inicial $\Rightarrow V = V_0 + a t$

Per calcular la posició final $\Rightarrow y = y_0 + V_0 t + 1/2 a t^2$

[V_0 (velocitat inicial) y_0 (posició inicial) Δv (increment velocitat) Δt (increment del temps)]

Gràfiques:

- La gràfica acceleració-temps (l'acceleració la representem en l'eix d'ordenades i el temps en l'eix d'abscisses).
Com que l'acceleració és constant, la gràfica que ens sortirà serà una recta horitzontal, és a dir, una recta paral·lela a l'eix d'abscisses).
- La gràfica velocitat-temps (les velocitats les representem en l'eix d'ordenades i el temps en l'eix d'abscisses).
Si la velocitat és positiva en la gràfica ens sortirà una recta amb pendent positiu.
Si la velocitat és negativa en la gràfica ens sortirà una recta amb pendent negatiu.
- La gràfica posició-temps (les posicions les representem en l'eix d'ordenades i el temps en l'eix d'abscisses).
Si l'acceleració és positiva en la gràfica ens sortirà una paràbola amb les branques cap amunt.
Si l'acceleració és negativa en la gràfica ens sortirà una paràbola amb les branques cap avall.

Determinació experimental de l'acceleració...

3.2. EMISSIÓ D'HIPÒTESIS

3.2.1. Hipòtesi I

“El salt vertical d'un astronauta a la superfície de la Lluna és un moviment rectilini uniformement accelerat.”

3.2.2. Hipòtesi II

“L'ús del programa d'anàlisi d'imatges de vídeo digitalitzades (Vidshel 2000) permet determinar satisfactòriament l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna.”

3.3. DISSENY EXPERIMENTAL

3.3.1. Experiment I

Per respondre els problemes plantejats i per afirmar o negar les hipòtesis anteriors, ens servirem de les noves tecnologies: programa Vidshell i programa Curve Expert.

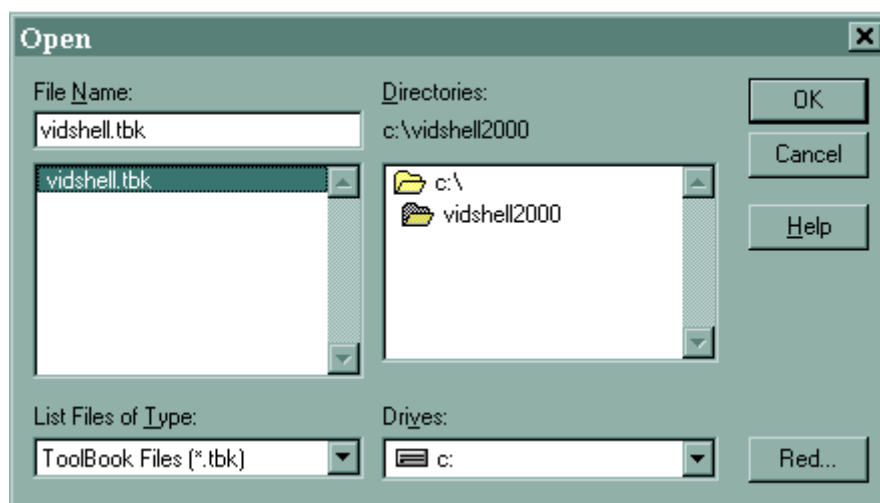
3.3.1.1. Descripció del procediment

El programa Vidshell és el programa que utilitzarem per resoldre el problema plantejat, aquest programa se serveix de fitxers avis. El fitxer avi que utilitzarem es basa en la seqüència d'imatges d'una astronauta fent un salt a la lluna. => Mireu l'Anexe i trobareu les propietats del fitxer avi.

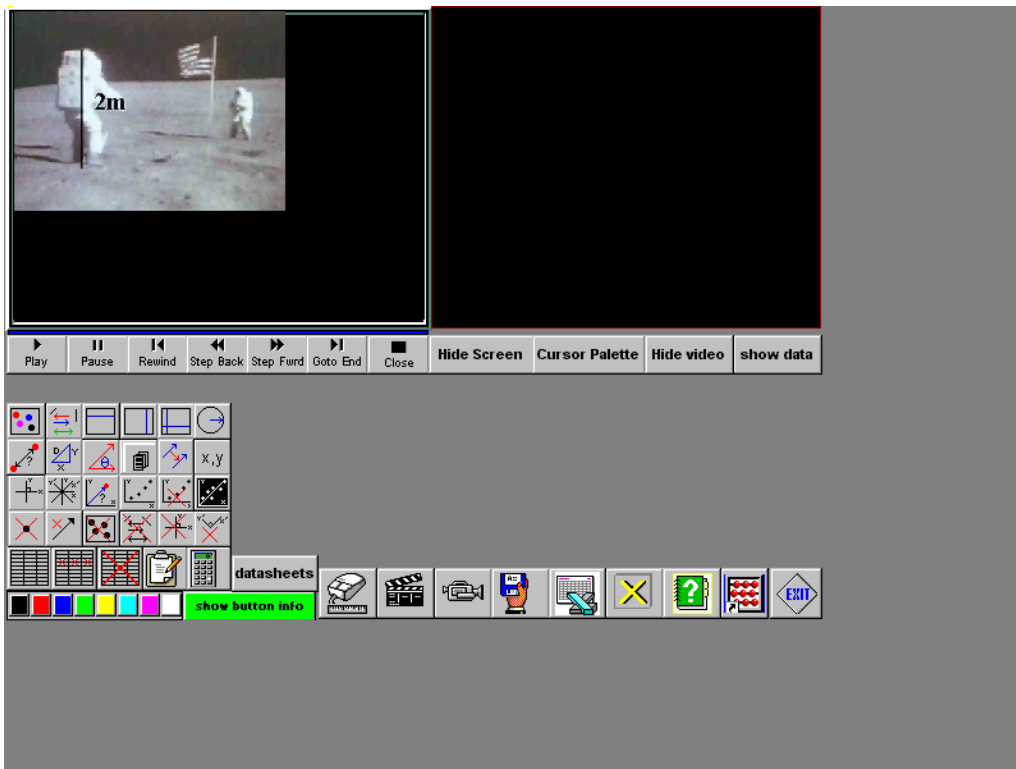
Abans de res, donarem una sèrie d'instruccions pel maneig del programa vidshell.

Instruccions per la utilització del programa Vidshell

1. Quan obrim el programa Vidshell 2000, ens apareix la imatge que tenim a continuació. Cliquem *Vidshell.tbk* i després *OK*.



2. Quan ja tenim obert el programa cliquem l'ícona on hi ha dibuixada una càmera de vídeo. Apareixen tres opcions, elegim l'opció *Other Source*. Hem elegit aquesta opció, perquè el nostre fitxer avi està extret d'internet, i per tant el tenim gravat en un disquet.
3. A continuació trobareu la imatge de l'home a la lluna. A més a més trobareu una sèrie d'explicacions sobre les icones que apareixen en la imatge amb la finalitat que us familiaritzeu amb el programa.



Aquest botó marca punts en la imatge.



Aquest botó dibuixa línies en la imatge. Podem dibuixar una línia amb o sense fletxa.



Aquest botó dibuixa línies horitzontals des del costat esquerre fins al dret de la imatge.



Aquest botó dibuixa línies verticals des de la part superior fins a la part inferior de la imatge.



Aquest botó dibuixa línies horitzontals i verticals com si es tractés d'un segon sistema de coordenades.



Aquest botó dibuixa radis. Quan dibuixem un radi en la imatge, apareix la seva respectiva circumferència. Si volem eliminar una circumferència dibuixada, hem de clicar el botó dret del ratolí en qualsevol lloc de la imatge.



Aquest botó medeix distàncies entre punts.



Aquest botó dibuixa un vector de desplaçament i les seves respectives components.



Aquest botó serveix per mesurar angles



Aquest botó s'utilitza per fer còpies d'un objecte.



Aquest botó serveix per posar una còpia d'un objecte en un altre lloc de la imatge, no obstant, la còpia no la pots desplaçar fora de la imatge.

x,y

Quan cliquem el botó esquerra del ratolí en qualsevol lloc de la imatge apareixen les coordenades x i y sota de la imatge. Per fer desaparèixer aquests valors, cliquem sobre aquests.



Aquest botó serveix per establir els eixos de coordenades en la imatge.



Aquest botó serveix per establir uns eixos de coordenades x' y'



Aquest botó serveix per mesurar distàncies des d'un punt a l'origen de coordenades.



Aquest botó permet enregistrar punts en el "datasheet".



Aquest botó permet eliminar els eixos de coordenades que hem establert en la imatge.



Aquest botó permet eliminar els eixos de coordenades x' y' establerts en la imatge.



Aquest botó permet establir una taula de dades. Abans d'utilitzar-lo hem de definir uns eixos de coordenades.

datasheets

Aquest botó permet elegir una fulla de dades dependent del tipus de video.



Aquest botó permet determinar calibrar la imatge.

show button info

Aquest botó ens dona informació sobre les funcions de les altres icones.



Aquest botó permet afegir un nou video en el programa. Aquesta característica només es possible si tenim instal·lat el toolbook II en l'ordinador.



Aquest botó ens ofereix la llista de videos que conté el programa.



Aquest botó serveix per gravar dades de la imatge en un disquet o en el disc dur.



Aquest botó serveix per exportar les dades recollides en la taula de dades.



Aquest botó serveix per omitir valors i cancel·lar treballs.



Aquest botó t'ofereix ajudes del programa Vidshell i Activitats manuals.



Aquest botó permet exportar les dades que hem recollit a MathCad 6.0 per un anàlisi avançat.



Aquest botó ens permet definir els colors dels punts i les línies que volem traçar en la imatge.



Aquest botó permet eliminar una dada de la taula de dades.



Aquest botó ens permet sortir del programa.



Aquest botó permet eliminar la taula de dades establerta.



Si cliquem aquest botó apareix un quadern on l'estudiant pot anotar idees, comentaris... sobre un video concret.



Si cliquem aquest botó podem utilitzar una calculadora.

4. Un cop explicat el programa i elegit el fitxer *mondsprung.avi* hem de calibrar l'alçada indicada en la imatge (2m), per aquest motiu cliquem la icona on hi ha dibuixat un ratolí.



Apareixerà un quadre on hi haurem de ficar l'altura, és a dir, haurem de ficar el nombre "2", després ens apareix un quadre on ens demanen les unitats d'aquesta altura, és a dir, haurem de ficar "m" de metres.

5. Quan ja hem calibrat la imatge, hem de fixar uns eixos de coordenades que ens permetin traçar punts. D'aquesta manera cliquem la icona següent:



Quan hem clicat aquesta icona hem de clicar amb el botó esquerra del ratolí, el lloc de la imatge on volem traçar l'origen de coordenades.

6. Per recollir les dades traçades en una taula de dades cliquem amb el botó esquerra del ratolí sobre la icona següent:



Quan cliquem aquesta icona ens apareix al costat de la imatge una taula de dades on es recullen els valors que tracem. Per traçar aquests valors, només cal clicar amb el botó esquerra del ratolí damunt el lloc de la imatge que desitgem.

- A continuació trobareu una imatge on hi apareix uns eixos de coordenades, uns punts traçats i una taula de valors que indica les coordenades X i Y dels punts marcats.
- L'origen dels eixos de coordenades que hem pres, es troba en la cantonada inferior esquerra de la motxilla de l'astronauta, com que amb uns únics eixos de coordenades no en teníem prou, vam decidir de fixar uns altres eixos en la cantonada inferior dreta de la motxilla de l'astronauta. Aquests segons eixos, serviran per fixar els punts en el moment en què l'astronauta descendeix en el salt.
- La taula de dades conté quatre columnes. La primera indica el nombre de posicions; la segona, el temps; la tercera, els valors de l'eix X; i la quarta, els valors de l'eix Y.

A nosaltres, els valors que ens interessin per a realitzar els càlculs són els valors del temps i els valors de l'eix Y. Per aquest motiu no tindrem en compte els valors que apareixen en l'eix X ni els valors de les posicions.

The screenshot displays a video analysis software interface. On the left, a video frame shows an astronaut on the moon's surface with a yellow crosshair and blue dots marking a path. To the right is a data table with the following content:

| n | pos# | x | y | t |
|----|------|---------|------|-------|
| 1 | 10 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 11 | -2e-002 | 0.19 | 0.125 |
| 3 | 12 | 0 | 0.28 | 0.25 |
| 4 | 13 | 2e-002 | 0.38 | 0.375 |
| 5 | 14 | 0.4 | 0.4 | 0.5 |
| 6 | 15 | 0.43 | 0.43 | 0.625 |
| 7 | 16 | 0.4 | 0.43 | 0.75 |
| 8 | 17 | 0.4 | 0.4 | 0.875 |
| 9 | 18 | 0.4 | 0.34 | 1 |
| 10 | 19 | 0.38 | 0.26 | 1.125 |
| 11 | 20 | 0.38 | 0.13 | 1.25 |
| 12 | 21 | 0.4 | 0 | 1.375 |

Below the table is a control bar with buttons: Play, Pause, Rewind, Step Back, Step Furd, Goto End, Close, Hide Screen, Cursor Palette, Hide video, and show data. Below this bar, it says "# of points you marked= 12".

At the bottom, there is a toolbar with various icons for drawing and analysis, including a "datasheets" button and a "show button info" button.

- Aquest procediment l'hem realitzat cinc vegades més, per tant, disposarem de sis taules de valors diferents.

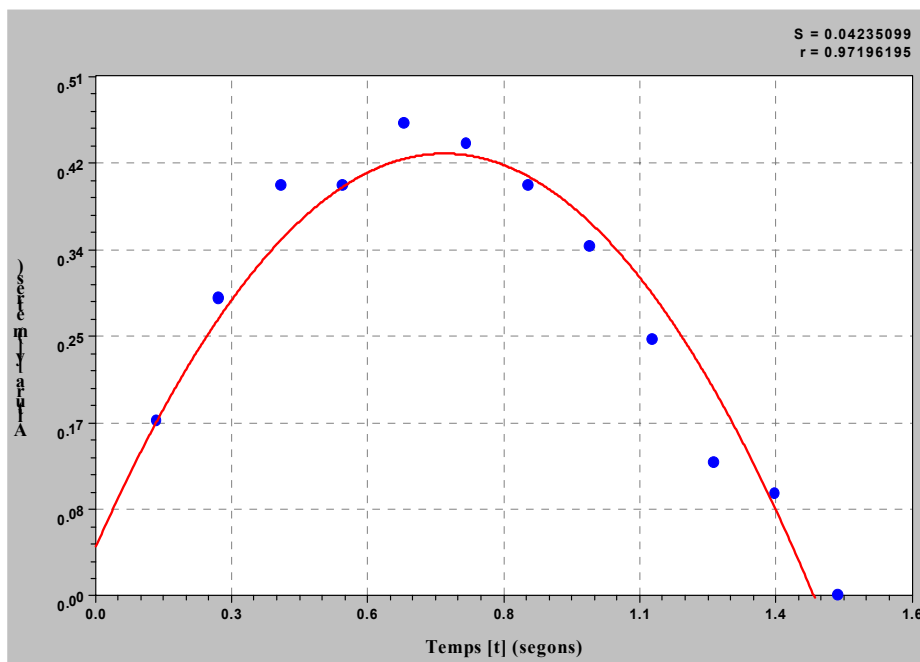
4. RESULTATS OBTINGUTS: ANÀLISI I DISCUSSIÓ

DELS RESULTATS

- Dades 1

| Temps [t] (s) | Altura [y] (m) |
|---------------|----------------|
| 0 | 0 |
| 0.125 | 0.17 |
| 0.25 | 0.29 |
| 0.375 | 0.40 |
| 0.50 | 0.40 |
| 0.625 | 0.46 |
| 0.75 | 0.40 |
| 0.875 | 0.44 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.125 | 0.25 |
| 1.25 | 0.13 |
| 1.375 | 0.10 |
| 1.50 | 0 |

- Gràfic posició-temps de les Dades 1



Determinació experimental de l'acceleració...

- Podem apreciar que l'índex de correlació situat en la gràfica en la part superior dreta i assenyalat amb la lletra "r" correspon a 0.97196195, amb la qual cos, podem concloure que el gràfic posició-temps es pot ajustar a una paràbola. La relació matemàtica entre l'altura i el temps obeeix a una equació de segon grau del tipus:

$$y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.0471$$

$$b = 1.088$$

$$c = -0.773$$

Quan el gràfic posició-temps correspon a una paràbola estem parlant d'un moviment rectilini uniformement accelerat. Comparem l'equació anterior amb l'equació de la posició d'un moviment rectilini uniformement accelerat:

$$y = y_0 + V_0x + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y_0 = a = 0.0471 \text{ m}$$

$$V_0 = b = 1.088 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}g = c = -0.773 \text{ m/s}^2$$

$$t = x$$

y_0 => posició inicial (m)

V_0 => velocitat inicial (m/s)

g => acceleració de la gravetat (m/s²)

- El coeficient $c = -0.773$ correspon a la meitat de g , per tant, si volem saber quin valor és g , multipliquem c per dos. Llavors obtenim que:

$$\mathbf{g_1 = -1.54 \text{ m/s}^2}$$

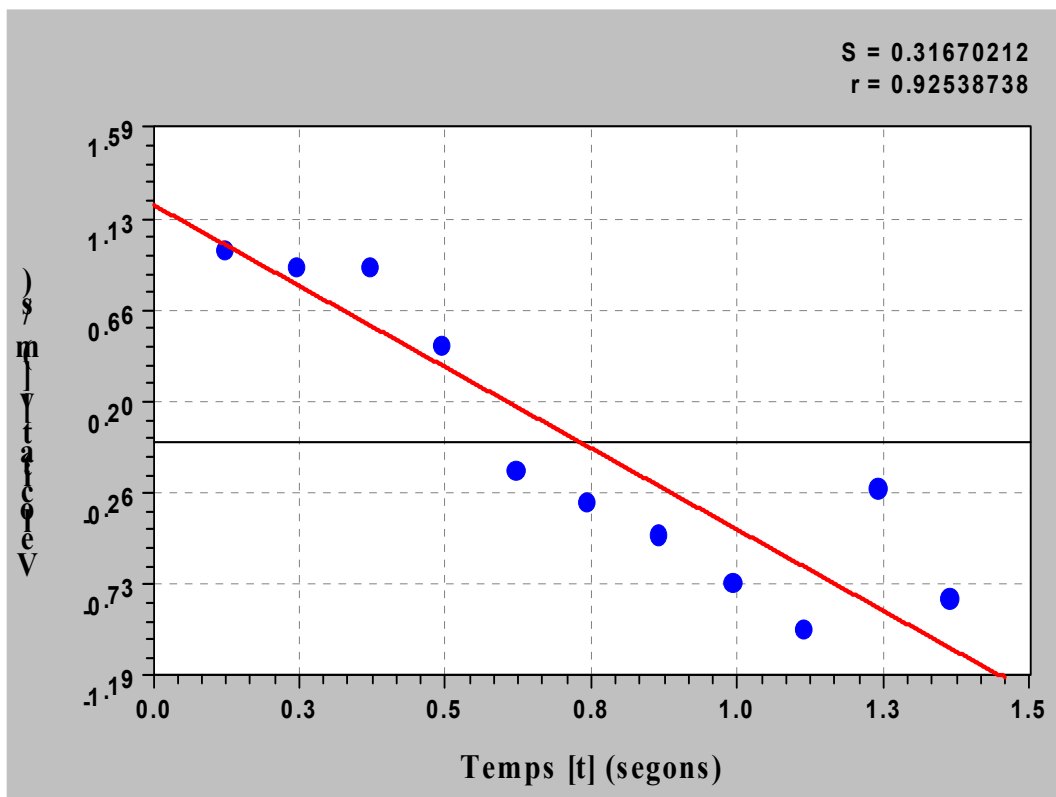
- La posició inicial y_0 la considerem zero, ja que no tenim en compte el seu valor (0.0471 m).

- Amb l'objectiu d'afirmar amb més certesa que el moviment a la superfície de la Lluna correspon a un moviment rectilini uniformement accelerat, representarem la gràfica de la velocitat-temps, partint de la velocitat inicial que ens ofereix el programa Curve Expert i l'acceleració de la gravetat calculada anteriorment ($V_0 = 1.088 \text{ m/s}$ $g = -1.54 \text{ m/s}^2$).

Taula de valors velocitat-temps:

| Temps [t] (segons) | Velocitat [v] (m/s) |
|---------------------------|----------------------------|
| 0 | 1.36 |
| 0.125 | 0.96 |
| 0.25 | 0.88 |
| 0.375 | 0.88 |
| 0.50 | 0.48 |
| 0.625 | -0.16 |
| 0.75 | -0.32 |
| 0.875 | -0.48 |
| 1.0 | -0.72 |
| 1.125 | -0.96 |
| 1.25 | -0.24 |
| 1.375 | -0.80 |

Gràfica velocitat-temps



- Observem que l'índex de correlació indica 0.92538738, per tant, estem en condicions d'afirmar que la gràfica correspon a la gràfica d'una equació de 1er grau, amb la qual cosa, podem concloure que el moviment a la superfície de la Lluna correspon a un moviment rectilini uniformement accelerat.

- Els coeficients de l'equació són:

$$y = a + b x$$

$$a = V = 1.20 \text{ m/s}$$

$$b = g = -1.64 \text{ m/s}^2$$

$$y = V \Rightarrow V_{\text{final}} \text{ (m/s)} = 1.20 \text{ m/s}$$

$$a = V_0 \Rightarrow V_{\text{inicial}} \text{ (m/s)}$$

$$b = g \Rightarrow \text{acceleració de la gravetat (m/s}^2\text{)}$$

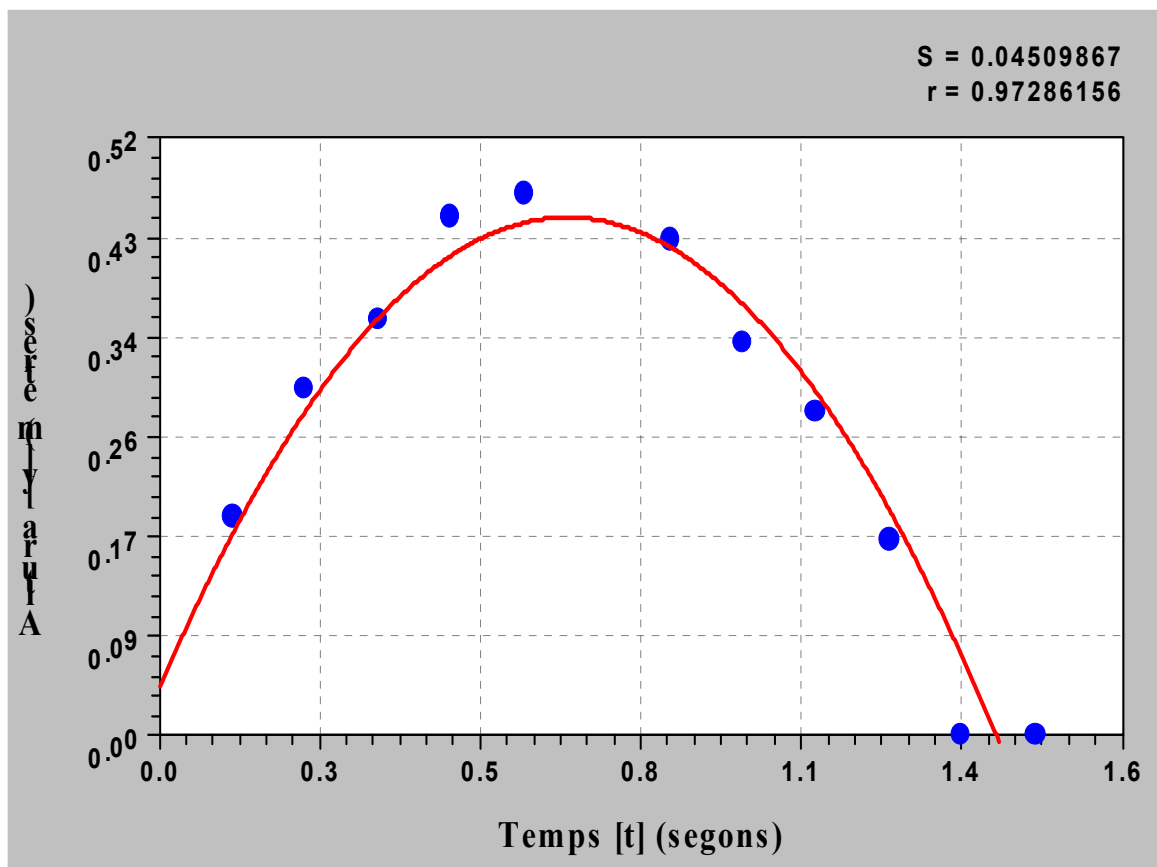
$$x = t \Rightarrow \text{temps (segons)}$$

Determinació experimental de l'acceleració...

- Dades 2

| Temps [t] (s) | Altura [y] (m) |
|---------------|----------------|
| 0 | 0 |
| 0.125 | 0.19 |
| 0.25 | 0.30 |
| 0.375 | 0.36 |
| 0.50 | 0.45 |
| 0.625 | 0.47 |
| 0.875 | 0.43 |
| 1.0 | 0.34 |
| 1.125 | 0.28 |
| 1.25 | 0.17 |
| 1.375 | 0 |
| 1.50 | 0 |

- Gràfic posició-temps de les Dades 2



Determinació experimental de l'acceleració...

- Els coeficients que corresponen amb aquesta equació de segon grau són:

$$y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.0434$$

$$b = 1.16$$

$$c = -0.832$$

Quan el gràfic posició-temps correspon a una paràbola estem parlant d'un moviment rectilini uniformement accelerat. Comparem l'equació anterior amb l'equació de la posició d'un moviment rectilini uniformement accelerat:

$$y = y_0 + V_0x + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y_0 = a = 0.0434 \text{ m}$$

$$V_0 = b = 1.16 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}g = c = -0.832 \text{ m/s}^2$$

$$t = x$$

y_0 => altura inicial (m)

V_0 => velocitat inicial (m/s)

g => acceleració de la gravetat (m/s^2)

- El coeficient $c = -0.832$ correspon a la meitat de g , per tant, si volem saber quin valor és g , multipliquem c per dos. Llavors obtenim que:

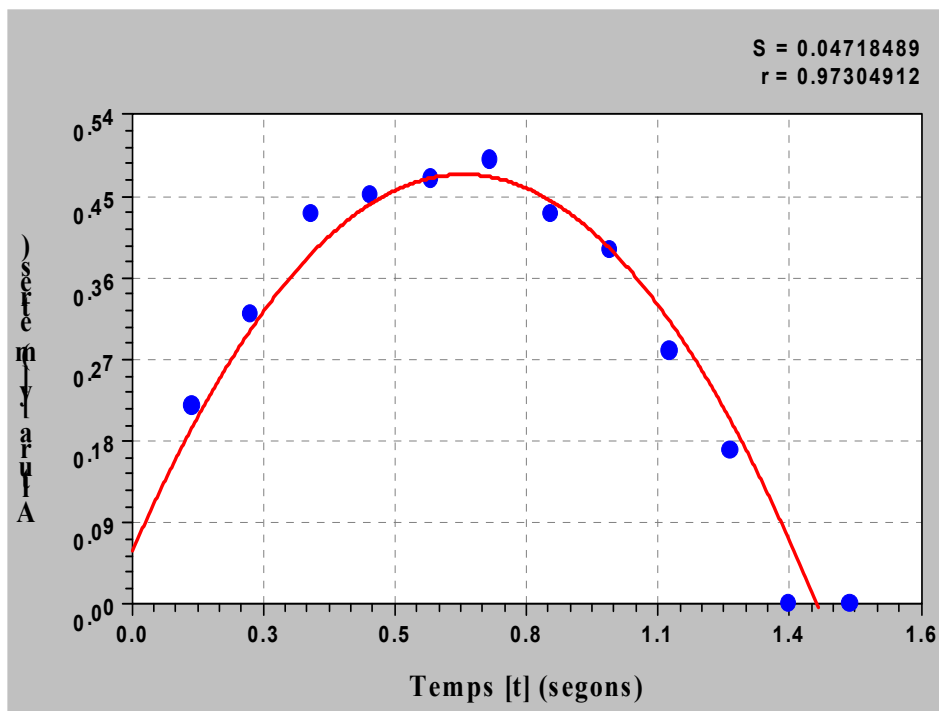
$$\mathbf{g_2 = -1.66 \text{ m/s}^2.}$$

- La posició inicial y_0 la considerem zero, ja que no tenim en compte el seu valor (0.0434 m).

- Dades 3

| Temps [t] (s) | Altura [y] (m) |
|---------------|----------------|
| 0 | 0 |
| 0.125 | 0.22 |
| 0.25 | 0.32 |
| 0.375 | 0.43 |
| 0.50 | 0.45 |
| 0.625 | 0.47 |
| 0.75 | 0.49 |
| 0.875 | 0.43 |
| 1.0 | 0.39 |
| 1.125 | 0.28 |
| 1.25 | 0.17 |
| 1.375 | 0 |
| 1.50 | 0 |

- Gràfic posició-temps de les Dades 3



Determinació experimental de l'acceleració...

- Els coeficients que corresponen a aquesta equació de segon grau són:

$$y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.0590$$

$$b = 1.20$$

$$c = -0.867$$

Quan el gràfic posició-temps correspon a una paràbola estem parlant d'un moviment rectilini uniformement accelerat. Comparem l'equació anterior amb l'equació de la posició d'un moviment rectilini uniformement accelerat:

$$y = y_0 + V_0x + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y_0 = a = 0.0590 \text{ m}$$

$$V_0 = b = 1.20 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}g = c = -0.867 \text{ m/s}^2$$

$$t = x$$

y_0 => altura inicial (m)

V_0 => velocitat inicial (m/s)

g => acceleració de la gravetat (m/s^2)

- El coeficient $c = -0.867$ correspon a la meitat de g , per tant, si volem saber quin valor és g , multipliquem c per dos. Llavors obtenim que:

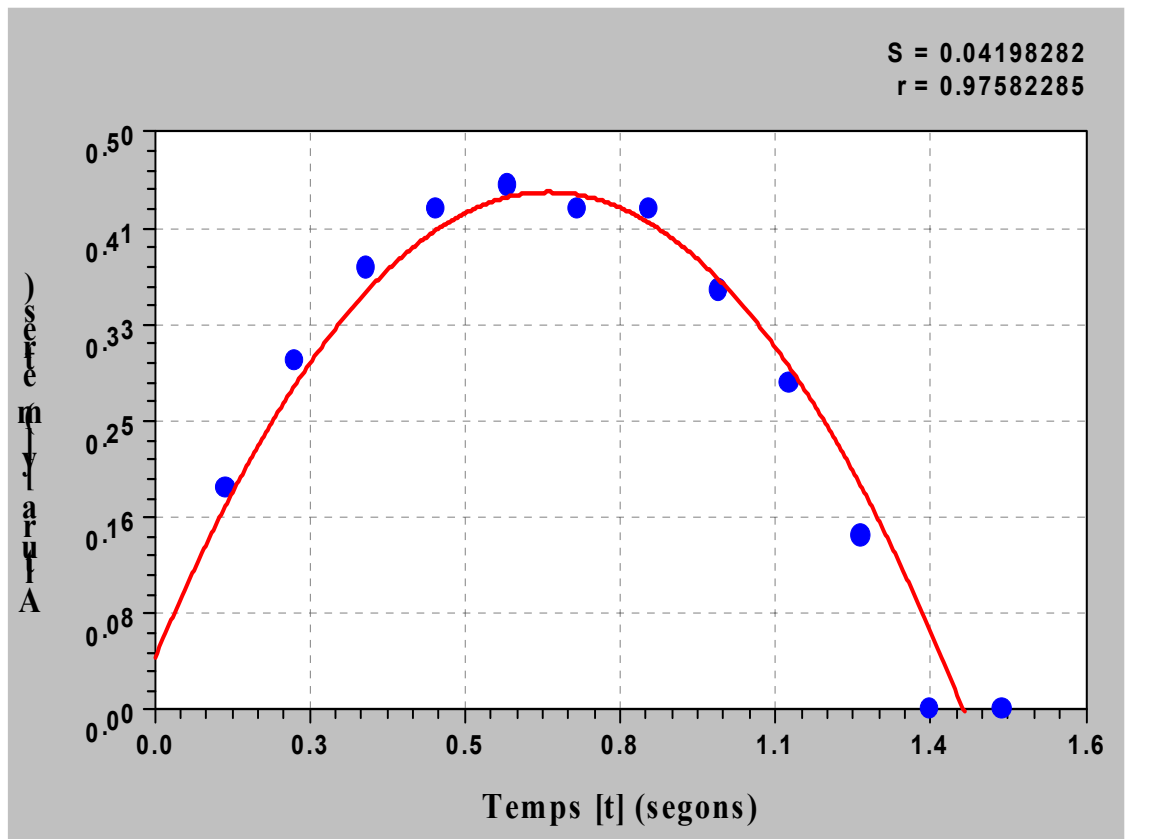
$$\mathbf{g_3 = -1.73 \text{ m/s}^2}$$

- La posició inicial y_0 la considerem zero, ja que no tenim en compte el seu valor (0.0590 m).

- Dades 4

| Temps [t] (s) | Altura [y] (m) |
|---------------|----------------|
| 0 | 0 |
| 0.125 | 0.19 |
| 0.25 | 0.30 |
| 0.375 | 0.38 |
| 0.50 | 0.43 |
| 0.625 | 0.45 |
| 0.75 | 0.43 |
| 0.875 | 0.43 |
| 1.0 | 0.36 |
| 1.125 | 0.28 |
| 1.25 | 0.15 |
| 1.375 | 0 |
| 1.50 | 0 |

- Gràfic posició-temps de les Dades 4



Determinació experimental de l'acceleració...

- Els coeficients que corresponen a aquesta equació de segon grau són:

$$y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.0457$$

$$b = 1.14$$

$$c = -0.821$$

Quan el gràfic posició-temps correspon a una paràbola estem parlant d'un moviment rectilini uniformement accelerat. Comparem l'equació anterior amb l'equació de la posició d'un moviment rectilini uniformement accelerat:

$$y = y_0 + V_0x + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y_0 = a = 0.0457 \text{ m}$$

$$V_0 = b = 1.14 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}g = c = -0.821 \text{ m/s}^2$$

$$t = x$$

y_0 => altura inicial (m)

V_0 => velocitat inicial (m/s)

g => acceleració de la gravetat (m/s^2)

- El coeficient $c = -0.821$ correspon a la meitat de g , per tant, si volem saber quin valor és g , multipliquem c per dos. Llavors obtenim que:

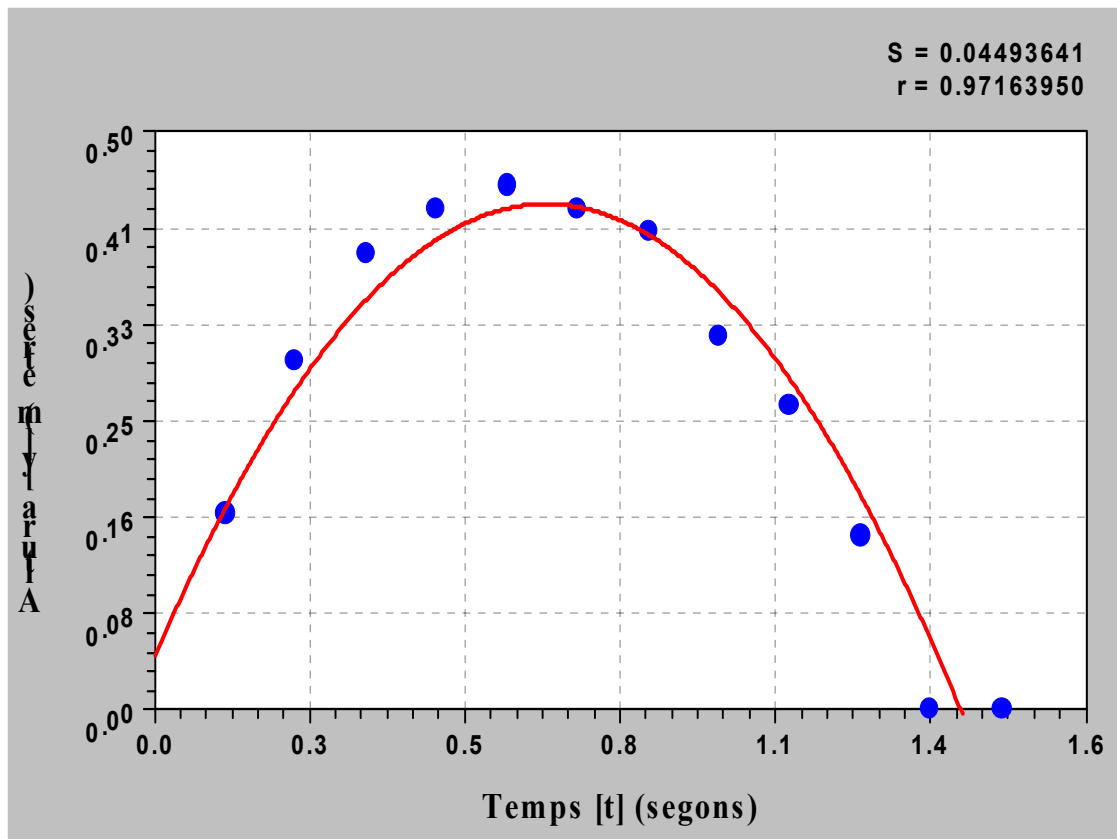
$$\mathbf{g_4 = -1.64 \text{ m/s}^2}$$

- La posició inicial y_0 la considerem zero, ja que no tenim en compte el seu valor (0.0457 m).

- Dades 5

| Temps [t] (s) | Altura [y] (m) |
|---------------|----------------|
| 0 | 0 |
| 0.125 | 0.17 |
| 0.25 | 0.30 |
| 0.375 | 0.39 |
| 0.50 | 0.43 |
| 0.625 | 0.45 |
| 0.75 | 0.43 |
| 0.875 | 0.41 |
| 1.0 | 0.32 |
| 1.125 | 0.26 |
| 1.25 | 0.15 |
| 1.375 | 0 |
| 1.50 | 0 |

- Gràfic posició-temps de les Dades 5



Determinació experimental de l'acceleració...

- Els coeficients que corresponen a aquesta equació de segon grau són:

$$y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.0471$$

$$b = 1.12$$

$$c = -0.805$$

Quan el gràfic posició-temps correspon a una paràbola estem parlant d'un moviment rectilini uniformement accelerat. Comparem l'equació anterior amb l'equació de la posició d'un moviment rectilini uniformement accelerat:

$$y = y_0 + V_0x + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y_0 = a = 0.0471 \text{ m}$$

$$V_0 = b = 1.12 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}g = c = -0.805 \text{ m/s}^2$$

$$t = x$$

y_0 => altura inicial (m)

V_0 => velocitat inicial (m/s)

g => acceleració de la gravetat (m/s^2)

- El coeficient $c = -0.805$ correspon a la meitat de g , per tant, si volem saber quin valor és g , multipliquem c per dos. Llavors obtenim que:

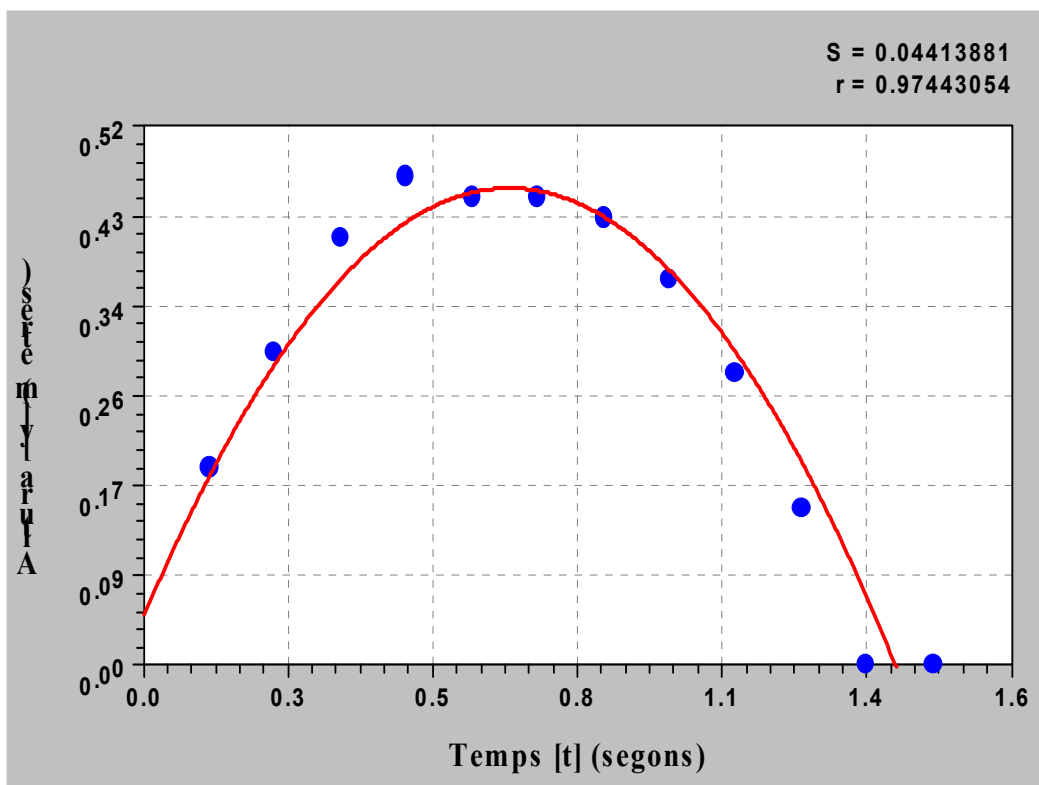
$$g_5 = -1.61 \text{ m/s}^2$$

- La posició inicial y_0 la considerem zero, ja que no tenim en compte el seu valor (0.0471m)

- Dades 6

| Temps [t] (s) | Altura [y] (m) |
|---------------|----------------|
| 0 | 0 |
| 0.125 | 0.19 |
| 0.25 | 0.30 |
| 0.375 | 0.41 |
| 0.50 | 0.47 |
| 0.625 | 0.45 |
| 0.75 | 0.45 |
| 0.875 | 0.43 |
| 1.0 | 0.37 |
| 1.125 | 0.28 |
| 1.25 | 0.15 |
| 1.375 | 0 |
| 1.50 | 0 |

- Gràfic posició-temps de les Dades 6



Determinació experimental de l'acceleració...

- Els coeficients que corresponen a aquesta equació de segon grau són:

$$y = a + bx + cx^2$$

$$a = 0.0481$$

$$b = 1.18$$

$$c = -0.850$$

Quan el gràfic posició-temps correspon a una paràbola estem parlant d'un moviment rectilini uniformement accelerat. Comparem l'equació anterior amb l'equació de la posició d'un moviment rectilini uniformement accelerat:

$$y = y_0 + V_0x + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = a + bx + cx^2$$

$$y_0 = a = 0.0481 \text{ m}$$

$$V_0 = b = 1.18 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2}g = c = -0.850 \text{ m/s}^2$$

$$t = x$$

y_0 => altura inicial (m)

V_0 => velocitat inicial (m/s)

g => acceleració de la gravetat (m/s^2)

- El coeficient $c = -0.850$ correspon a la meitat de g , per tant, si volem saber quin valor és g , multipliquem c per dos. Llavors obtenim que:

$$\mathbf{g_6 = -1.70 \text{ m/s}^2}$$

- La posició inicial y_0 la considerem zero, ja que no tenim en compte el seu valor (0.0481 m).

- Acceleracions obtingudes en els diferents experiments:

| Acceleracions de la gravetat a la Lluna |
|--|
| $g_1 = -1.54 \text{ m/s}^2$ |
| $g_2 = -1.66 \text{ m/s}^2$ |
| $g_3 = -1.73 \text{ m/s}^2$ |
| $g_4 = -1.64 \text{ m/s}^2$ |
| $g_5 = -1.61 \text{ m/s}^2$ |
| $g_6 = -1.70 \text{ m/s}^2$ |

- **Càlcul de la velocitat inicial amb què s'enlaira un astronauta en realitzar un salt a la superfície de la Lluna**

- Per calcular d'una manera aproximada la velocitat inicial amb què s'enlaira un astronauta a la superfície de la Lluna, només és necessari fer la mitja de tots els valors que s'han recollit al Curve Expert quan hem calculat la gràfica posició- temps de cada experiment. Una vegada més es fa presència de les múltiples capacitats que les noves tecnologies ens ofereixen, en aquest cas el programa Curve Expert.

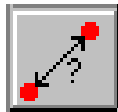
- Taula de les velocitats inicials de cada experiment:

| Velocitats inicials amb què s'enlaira un astronauta |
|--|
| $V_{o1} = 1.088 \text{ m/s}$ |
| $V_{o2} = 1.16 \text{ m/s}$ |
| $V_{o3} = 1.20 \text{ m/s}$ |
| $V_{o4} = 1.14 \text{ m/s}$ |
| $V_{o5} = 1.12 \text{ m/s}$ |
| $V_{o6} = 1.18 \text{ m/s}$ |

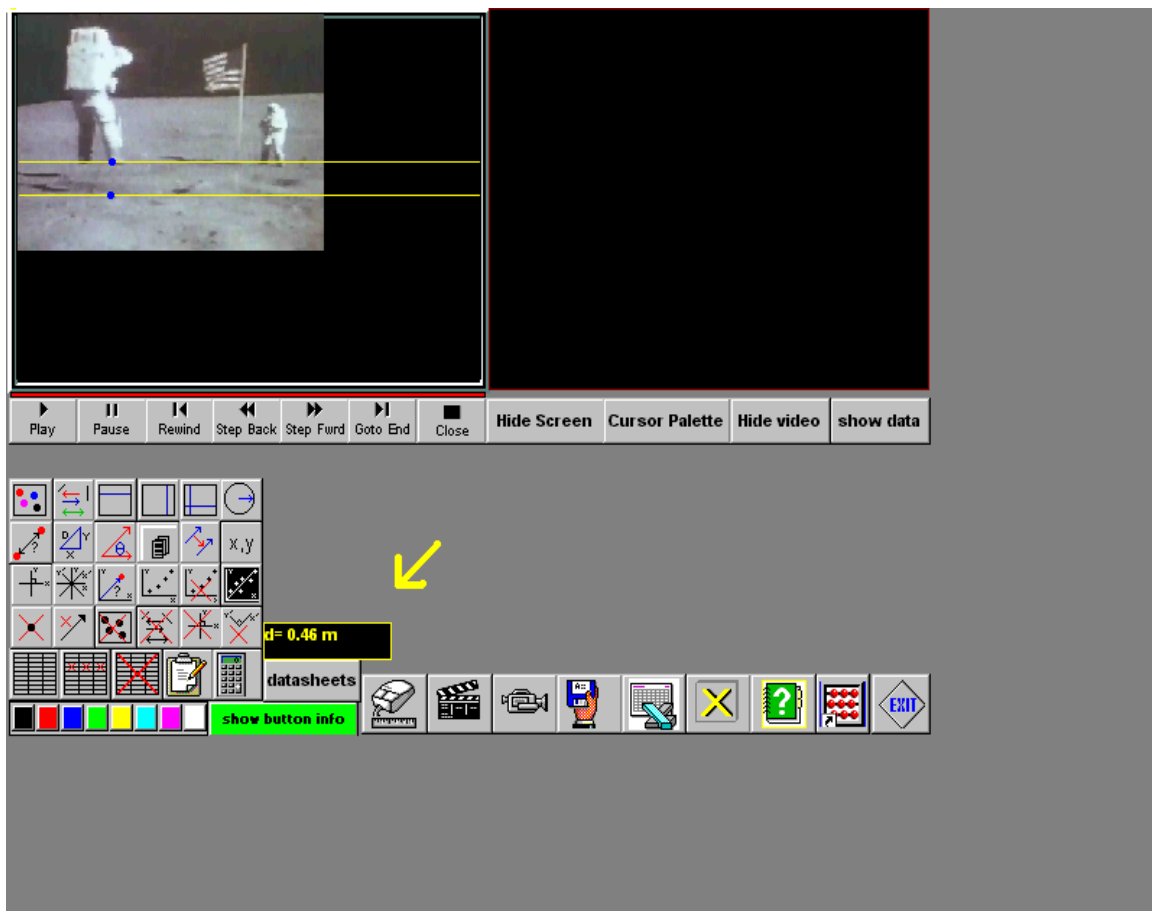
- **La velocitat inicial mitjana és 1.15 m/s**

Determinació experimental de l'acceleració...

- **Càlcul de l'alçada màxima que s'enlaira un astronauta a la superfície de la Lluna:**
- Per calcular quina alçada màxima s'enlaira un astronauta a la superfície de la Lluna, ens servirem un altre cop de les possibilitats que el programa Vidshell ens ofereix.
- El procediment que seguirem és molt senzill, traçarem dos línies horitzontals. Una situada a l'alçada màxima del salt i l'altra paral·lela amb aquesta i situada a l'alçada mínima. Després traçarem dos punts de color blau, situats sobre les línies traçades anteriorment.
- Per calcular la distància entre aquestes dues línies traçades, clicarem la icona següent, el funcionament de la qual ja hem explicat anteriorment:



- Observeu el dibuix.



- Si observem la imatge, veiem que la distància està assenyalada amb una fletxa de color groc.

La distància que el programa Vidshell ens indica és:

d= 0.46 m

5. INTERVALS DE CONFIANÇA

- **Acceleració de la gravetat**

g => acceleració de la gravetat trobada en cada experiment

\hat{g} => acceleració de la gravetat mitjana => 1.65 m/s²

| Experiment | g (m/s ²) | $(g - \hat{g})$ (m/s ²) | $(g - \hat{g})^2$ (m/s ²) |
|------------|-------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 1.54 | -0.12 | 0.0144 |
| 2 | 1.66 | 0.01 | 0.0001 |
| 3 | 1.73 | 0.08 | 0.0064 |
| 4 | 1.64 | -0.01 | 0.0001 |
| 5 | 1.61 | -0.05 | 0.0025 |
| 6 | 1.70 | 0.05 | 0.0025 |

$$\sum (g - \hat{g})^2 = 0.000676 \text{ m/s}^2$$

$$\hat{g} = 1.65 \text{ m/s}^2$$

N => nombre de vegades que hem realitzat l'experiment

$$S = \frac{\sqrt{\sum (g - \hat{g})^2}}{\sqrt{N - 1}} = \frac{\sqrt{0.000676}}{\sqrt{6 - 1}} = 0.0116$$

Interval de confiança

Suposarem que les sis dades obtingudes en els respectius experiments de la determinació de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna, segueixen la llei de Student (=>la taula t de Student la trobareu a l'Anexe).

Cal definir un interval de confiança de forma que el valor teòric de la mitjana que és fix, però desconegut, pertanyi a l'interval amb una probabilitat del 95%.

L'interval definit és:

$$I = \left[\hat{g} - \frac{t \cdot S}{\sqrt{N}}, \hat{g} + \frac{t \cdot S}{\sqrt{N}} \right]$$

* Acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna

(6 – 1) = 5 graus de llibertat

Grau de confiança 95%

t = 2.571

$$I = \left[1.65 - \frac{0.0298}{\sqrt{6}}, 1.65 + \frac{0.0298}{\sqrt{6}} \right]$$

$$I = [1.64, 1.66] \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$g = 1.65 \pm 0.02 \text{ m/s}^2$$

6. CONCLUSIONS

A partir de l'anàlisi d'imatges digitalitzades que ens ofería el programa Vidshell, estem en condicions d'afirmar:

1. El moviment de caiguda lliure a la superfície de la Lluna és un moviment rectilini uniformement accelerat.
2. L'acceleració de la gravetat obtinguda ha estat $1.65 \pm 0.02 \text{ m/s}^2$ que gairebé coincideix amb el valor actualment acceptat per la comunitat científica internacional, $g = 1.61 \text{ m/s}^2$.

Aquesta discrepància és deguda:

- Errors de mètode: suposar com a correctes les aproximacions realitzades en la determinació.
- Errors instrumentals:
 - L'alçada del astronauta (2 m) que apareix en el programa Vidshell només té una xifra significativa, ja que no es pot assegurar que la mesura sigui exacte, és a dir, 2.0 m.
 - La càmera amb què es filmaven les imatges, només podia enregistrar 8 fotogrames per segon, això provoca que quan tracem punts en la imatge del astronauta del programa Vidshell, la separació entre punt i punt és molt petita, per tant estem exposats a cometre petits errors en el moment de traçar aquests punts.
- Errors personal: sempre pretens evitar els teus errors personals, no obstant això, sempre en fas algun de petit, perquè si no, no seríem humans.

Determinació experimental de l'acceleració...

3. La velocitat inicial amb què un astronauta s'enlaira en realitzar un salt a la superfície de la Lluna és 1.15 m/s.
4. L'alçada màxima que assoleix un astronauta en realitzar un salt a la superfície de la Lluna és 0.46 m.
5. El programa informàtic d'interpolació gràfica de funcions "**Curve Expert 1.3**" programa *Freeware* d'Internet, permet representar satisfactòriament les dades obtingudes experimentalment i ajustar-les a la millor funció.
6. Els resultats de la investigació és poden millorar considerablement amb repetint l'experiment més vegades i sobretot, tenint accés amb més imatges digitalitzades sobre el salt d'un astronauta a la Lluna.
7. Aquests programes (Vidshell2000 i Curve Expert) permet l'estudi de moviments reals actuals i els que van passar fa trenta anys, amb la finalitat de tenir un contacte més directe i autèntic amb la ciència.

7. BIBLIOGRAFIA

*** Llibres:**

RUIZ DE GOPEGUI, Luis: *Hombres en el espacio*. Madrid. Editorial Mc Graw Hill. 1996.

VON BRAUM, Werner: *Viaje espacial: un historia*. Editorial Harper. EUA. 1985

*** Enciclopèdies:**

YENNE EXTER, Bill: *Enciclopedia de las naves americanas*. Editorial Handsome. EUA. 1985.

*** Webteca:**

Vidshell [en línia]. [http:// www.webphysics.tec.nh.us/vidshell/clips.html](http://www.webphysics.tec.nh.us/vidshell/clips.html)

Mondsprung.avi [en línia]. [http:// www.physick.uni-muenchen.de/didaktik/Computer/David/mondspr.htm](http://www.physick.uni-muenchen.de/didaktik/Computer/David/mondspr.htm)

Curve Expert 1.3. [en línia]. [http:// www.ebicom.net/~dhyams/cvxpt.html](http://www.ebicom.net/~dhyams/cvxpt.html)

Viatge a la Lluna [en línia]. [http:// www.xtec.es/~acosiall](http://www.xtec.es/~acosiall)

Llei de gravitació universal [en línia]. [http:// www.cardener.upc.es](http://www.cardener.upc.es)

